

Université de Montréal

Propagation et rendu de feu

par

Philippe Beaudoin

Département d'informatique et de recherche opérationnelle

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Maître ès sciences (M.Sc.)

en informatique

31 Octobre 2000

© Philippe Beaudoin, 2000

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire de maîtrise intitulé

Propagation et rendu de feu

présenté par
Philippe Beaudoin

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Président : Jean Meunier

Directeur de recherche : Pierre Poulin

Membre : Michel Boyer

Sommaire

L'utilisation d'images de synthèse pour la réalisation d'effets spéciaux offre de nombreux avantages, notamment en permettant de diminuer les coûts de production et en réduisant les risques. Les effets visuels reliés au feu sont particulièrement importants et apparaissent, entre autres, dans de nombreuses productions cinématographiques. Nous présentons une technique permettant de produire de tels effets en réalisant la propagation, l'animation et le rendu du feu.

La technique de propagation proposée consiste à déterminer l'évolution de la région atteinte par les flammes sur un objet 3D polygonal. L'interface entre la région consumée et la région non atteinte est représentée par un front de feu. Celui-ci s'étend suivant certains paramètres de façon à simuler le plus exactement possible la véritable propagation du feu.

Pour être animé, le feu est représenté par une série de flammes squelettiques. Un mouvement chaotique est appliqué à ces flammes de façon à représenter la turbulence présente dans le feu. Certains paramètres, comme la direction et la force du vent, permettent de contrôler cette animation.

La production de l'image finale se fait en modélisant le feu à l'aide d'un maillage 3D. Ce maillage est ensuite utilisé à l'intérieur d'un algorithme de tracé de rayons. Une technique permettant de réaliser les variations de couleurs visibles dans un volume de feu est aussi décrite.

Les résultats obtenus ainsi que les statistiques relatives au temps d'exécution sont également présentés.

Mots-clés :

animation, feu, flammes, propagation, système de particules, rendu volumique, effets spéciaux.

Table des matières

Remerciements	ix
Remarques préliminaires	x
1 Introduction	1
1.1 Problématique	1
1.1.1 Réalisme des animations	1
1.1.2 Contrôle efficace et flexible	2
1.1.3 Techniques d’animation possibles	3
1.2 Aperçu des différents chapitres	5
2 Travaux antérieurs	6
2.1 Techniques générales	6
2.1.1 Systèmes de particules	6
2.1.2 Méthodes d’animation de particules	8
2.1.3 Techniques de modélisation et de rendu de volumes	9
2.2 Techniques spécifiques aux effets de feu	10
2.2.1 Technique de Chiba <i>et al.</i>	11
2.2.2 Technique de Perry et Picard	12
2.2.3 Technique de Stam et Fiume	14
3 Propagation du feu	16
3.1 Éléments visuels importants de la propagation	16
3.2 Propriétés requises	17
3.3 Représentation par front de feu	18
3.4 Propagation uniforme	21

3.4.1	Déplacement d'un point du front	21
3.4.2	Ajustement du nouveau front	23
3.5	Propagation non-uniforme	28
3.5.1	Effet de la gravité	28
3.5.2	Courbure de la surface	29
3.5.3	Changement de médium	31
3.5.4	Obtention de vitesses normales au front	32
4	Mouvement du feu	34
4.1	Éléments visuels importants de l'animation du feu	35
4.2	Représentation du feu	35
4.3	Animation du squelette d'une flamme unique	37
4.3.1	Cycle de vie d'une flamme	37
4.3.2	Déformation d'une flamme	38
4.4	Détachement de flammes	40
4.4.1	Formation d'une flamme libre	40
4.4.2	Animation d'une flamme en formation	41
4.4.3	Animation d'une flamme détachée	43
4.5	Création des flammes	44
4.5.1	Calcul du point d'attache	44
4.5.2	Orientation et longueur	46
4.5.3	Squelette au repos	47
4.6	Combustible	47
4.6.1	Calcul du combustible original	48
4.6.2	Variation de combustible	48
5	Modélisation du feu	50
5.1	Facteurs visuels caractérisant le feu	51
5.2	Méthode générale de modélisation	52
5.2.1	Propriétés générales de la fonction	54

5.3	Représentation implicite du feu	55
5.3.1	Propriétés de la fonction pour une flamme unique	55
5.3.2	Fonction représentant une flamme unique	57
5.3.3	Fonction représentant un feu complet	60
5.4	Conversion de la surface implicite	62
5.4.1	Technique des <i>marching cubes</i>	62
5.4.2	Optimisation de la vitesse de calcul des <i>marching cubes</i>	64
5.5	Rendu du feu	68
5.5.1	Rendu par tracé de rayons	68
5.5.2	Illumination due au feu	70
6	Résultats	73
6.1	Animations	73
6.2	Statistiques	76
7	Conclusion	79
7.1	Améliorations et extensions	80
7.1.1	Considération de nouveaux facteurs pour la propagation	80
7.1.2	Détection et correction des croisements du front	81
7.1.3	Propagation entre surfaces détachées	82
7.1.4	Propagation sur une surface courbe	82
7.1.5	Utilisation de la technique de propagation à d'autres fins	82
7.1.6	Détection de collisions dans l'animation	83
7.1.7	Contrôle accru de l'animation	84
7.1.8	Amélioration de la technique de modélisation	84
7.1.9	Optimisation et extension de la technique de rendu	85
A	Preuves	87
A.1	Lemmes généraux	87
A.2	Propositions relatives à la propagation du feu	89
A.2.1	Déplacement d'un point du front de feu	89

A.2.2 Ajustement du front de feu	92
A.3 Propositions relatives à la modélisation du feu	94
Bibliographie	96

Liste des tableaux

6.1	Statistiques et temps de calcul par image pour quelques animations. . .	76
-----	---	----

Liste des Algorithmes

1	Raffinement du front de feu.	27
2	Formation et détachement de flammes libres.	42
3	Calcul du combustible sur la surface de l'objet.	49
4	Calcul optimisé de K sur la grille régulière.	67
5	TracéDeRayons(ray , <i>Pile</i>)	71

Table des figures

2.1	Primitive de Chiba <i>et al.</i> pour effectuer le rendu de feu.	12
2.2	Technique d'ajustement de la vitesse d'une particule de Perry et Picard.	13
2.3	Particules octogonales à géométrie variable de Perry et Picard.	14
3.1	Front erroné et front corrigé.	19
3.2	Front de feu correct.	20
3.3	Transformation de la vitesse par les équations 3.5 et 3.6.	23
3.4	Vitesse inchangée entre deux faces coplanaires.	23
3.5	Continuité de la courbe \mathcal{S}'_i et déplacement du point interpolé $\mathbf{p}_{i+\alpha}$	25
3.6	Vitesse et vitesse transformée lorsque le point traverse un sommet.	27
3.7	Angle solide extérieur en un sommet donné.	29
3.8	Illustration des valeurs ϕ et θ pour une arête \mathbf{a}_i	30
3.9	Propagation uniforme et non-uniforme sur une surface plane.	32
3.10	Croisement du front.	33
4.1	Deux représentations de squelettes de flammes.	36
4.2	Effet du champ vectoriel sur une flamme.	38
4.3	Critères de début et de fin de formation d'une flamme libre.	41
4.4	Portion de la surface atteinte par le feu en un pas de temps.	44
4.5	Diverses orientations de flammes placées en périphérie d'une sphère.	47
5.1	Deux formes différentes pour une flamme.	51
5.2	Flamme possédant plusieurs couches de couleur.	52

5.3	Forme de flammes composées de deux squelettes.	54
5.4	Propriété désirée pour deux isovaleurs $b < b'$	56
5.5	Coordonnées $R_i(\mathbf{x})$ et $D_i(\mathbf{x})$ associées à une flamme.	58
5.6	Coordonnées $D_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$ et vecteur $\mathbf{R}_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$ associés à une flamme.	59
5.7	Isosurfaces avec $b = 1, b = 2$ et $b = 3$ pour une flamme de longueur 1.	60
5.8	Isosurfaces avec $b = 3$ de trois flammes de longueur 1, 0.5 et 0.25.	61
5.9	Illustration de la fonction $G(x)$ avec $b = 3$, équation 5.11.	62
5.10	Grille régulière utilisée pour créer les <i>marching cubes</i>	63
5.11	Quelques configurations de <i>marching cubes</i> en deux dimensions.	64
5.12	Boîte englobante avec $b_{\min} = 0.3$ pour une flamme de longueur 1 et $b = 3$	66
5.13	Valeur à ajouter au rayon pour obtenir un cylindre englobant conservateur.	67
5.14	Illustration du tracé de rayons.	68
5.15	Deux configurations de tracé de rayons donnant le même résultat.	70
5.16	Position et intensité des sources sur le maillage d'une flamme.	72
6.1	Feu sur une sphère.	74
6.2	Feu de camp.	75
6.3	Flamme de chandelle.	75
6.4	Feu le long d'un mur.	77
6.5	Propagation sur un objet complexe.	78
A.1	Orientation de \mathbf{v}'_i dans la face f'_i	91

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes parents qui m'ont donné la chance et m'ont transmis le désir de poursuivre mes études jusqu'à la réalisation de cette maîtrise. Je remercie Ève-Marie pour sa complicité et son appui constant. Je remercie ma soeur Catherine pour sa bonne humeur communicative. Je remercie Michou qui a toujours su m'encourager. Je remercie tous mes amis de ne pas m'avoir oublié malgré mon absence et ma malheureuse tendance à ne pas donner de nouvelles.

Ce mémoire n'aurait pas vu le jour sans le soutien constant de mon directeur Pierre Poulin. Je le remercie d'avoir permis la réalisation de cette maîtrise, non seulement grâce à ses conseils techniques, mais aussi par son enthousiasme. Je tiens à remercier tous les étudiants du LIGUM qui ont fait du laboratoire un endroit agréable et motivant. Pour leurs conversations, aussi bien techniques que mondaines, je remercie Laure, Jocelyn, Luc et Éric. Je remercie en particulier Laurent Lefebvre, Éric Plante et Christian Savard pour leurs contributions techniques. Je remercie plus spécialement Sébastien Paquet qui a contribué à certaines des idées principales exposées dans ce mémoire.

Ma maîtrise a été rendue possible grâce à une bourse du FCAR. Je tiens à remercier les instances gouvernementales pour cet appui.

Remarques préliminaires

Nous utilisons la *police de caractère italique* pour marquer les termes directement tirés de l'anglais.

À moins d'indication contraire, les vecteurs présents dans les formules sont des vecteurs de \mathbb{R}^3 . Le produit scalaire de deux vecteurs \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 est noté $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$. Leur produit vectoriel est noté $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$. Les conventions suivantes ont été adoptées pour les divers éléments mathématiques :

x, val	: Scalaire, élément de \mathbb{R} ,
$\mathbf{v}, \mathbf{vect}$: Vecteur ou point, élément de \mathbb{R}^3 ,
ℓ_y	: Multiplicateur positif rendant la norme d'un vecteur égale à y ,
$G, Func$: Fonction ou transformation dont l'image est dans \mathbb{R} ,
\mathbf{T}, \mathbf{Mat}	: Fonction ou transformation dont l'image est dans \mathbb{R}^3 ,
$\mathcal{D}, Plan$: Élément ou objet géométrique. Droite, plan, sphère, etc.

Les ensembles suivants seront aussi utilisés :

$\mathbb{R}_{\geq 0}$: Valeurs réelles positives ou nulles. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$,
$\mathbb{R}_{> 0}$: Valeurs réelles strictement positive. $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

Dans le texte, une couleur est un vecteur de \mathbb{R}^3 dont les composantes représentent respectivement l'intensité de rouge, de vert et de bleu. La plupart des images sont calculées avec 24 bits de couleur (8 R, 8 V, 8 B) sans correction d'aliassage (un rayon par pixel). Pour la présentation dans le mémoire, les images sont converties en 256 tons de gris. Les techniques proposées dans ce document ont été implantées en C++. Les statistiques proviennent de l'exécution des algorithmes sur un ordinateur muni d'un processeur Intel Celeron d'une fréquence d'horloge de 400 MHz disposant de 256 mégaoctets de mémoire vive et utilisant le système d'exploitation Microsoft Windows 2000.

Chapitre 1

Introduction

Cette section décrit la problématique et les motivations de cette recherche. Nous y exposons aussi les buts de notre travail ainsi que l'étendue de nos contributions. Un aperçu du contenu des différents chapitres est aussi présenté.

1.1 Problématique

La production d'effets spéciaux constitue un domaine d'application important de l'infographie. L'utilisation d'images de synthèse peut en effet permettre de diminuer grandement les coûts et les risques associés à la réalisation de tels effets. Les recherches dans ce domaine s'intéressent souvent à la production des animations les plus réalistes possible tout en offrant un contrôle efficace et flexible à l'infographiste.

Le présent document décrit une technique permettant de réaliser des effets spéciaux reliés au feu. Ces effets comprennent, par exemple, un feu de forêt, une flamme de bougie ou la propagation du feu sur une feuille de papier. Nous élaborons donc une technique assez générale pour produire ce genre d'effets de la façon la plus réaliste possible.

1.1.1 Réalisme des animations

Le réalisme des animations produites est un facteur clé dans l'élaboration d'une technique de rendu et de propagation du feu. Pour juger de ce réalisme, nous devons

nous interroger sur les éléments de l'animation qui sont perçus par un observateur. Ces éléments sont de deux ordres : le réalisme de l'image et le réalisme du mouvement.

Le réalisme d'une image est difficilement quantifiable. A priori, on peut dire qu'une photographie est une image réaliste car elle capture pratiquement tous les détails discernables visuellement. Cependant, certains de ces détails peuvent être modifiés en affectant très peu le réalisme. Dans ce mémoire, nous utilisons une technique qualitative consistant à identifier quels éléments visuels paraissent les plus importants et sont les plus susceptibles d'influencer le réalisme des images de feu.

Le réalisme du mouvement, quant à lui, dépend de l'enchaînement temporel des images. Cependant, il est difficile de quantifier l'influence qu'aura chacun des éléments d'une animation sur le réalisme du mouvement global. On peut remarquer que l'altération d'un déplacement chaotique et imprévisible affectera peu le réalisme du mouvement car l'observateur ne peut prédire la position future de l'objet déplacé. Dans ce mémoire, nous avons adopté une approche consistant à identifier les composantes les plus prévisibles d'une animation. En effet, ces éléments sont susceptibles d'influencer de façon plus importante le réalisme du mouvement.

1.1.2 Contrôle efficace et flexible

Une technique d'animation, pour être intéressante, doit pouvoir être contrôlée efficacement. Un infographiste visant un but précis doit donc disposer d'éléments d'interaction lui permettant d'atteindre ce but rapidement. Ces éléments comprennent les informations entrantes, comme les paramètres et les outils graphiques de contrôle, ainsi que les informations sortantes, comme le *feedback* visuel.

Pour rendre le contrôle efficace, le nombre de paramètres régissant une animation doit demeurer petit. En effet, un trop grand nombre de paramètres rend difficile la création et l'ajustement du résultat. Par exemple, dans l'animation du feu, le contrôle devient très inefficace si la position et la forme de toutes les flammes doivent être indiquées à chaque instant.

Les paramètres sélectionnés doivent aussi influencer de près l'animation. Les indications superflues ou ayant très peu d'influence sur le résultat final devraient être négligées ou indiquées comme telles. De plus des paramètres généraux et visuellement explicites permettent un meilleur contrôle. Par exemple, la longueur moyenne des flammes est une

information plus riche que le taux d'humidité du bois, même si ce dernier paramètre influence lui aussi la hauteur des flammes.

Finalement, l'obtention d'un *feedback* visuel permet à l'infographiste d'identifier les défauts et de corriger son animation de façon à s'approcher le plus possible du résultat désiré. Ce *feedback*, pour être intéressant, doit pouvoir être obtenu rapidement. Ainsi, le créateur peut procéder par itérations de façon à atteindre son but.

Le *feedback* visuel se doit d'être un indicatif de l'animation finale. Ainsi, l'infographiste peut saisir rapidement les éléments clés et extrapoler le résultat. Certains détails peuvent cependant être soulignés de façon particulière, permettant ainsi au créateur de mieux cibler ses modifications. Par exemple, dans le cas du feu, le *feedback* visuel peut comprendre une courbe délimitant la région couverte par les flammes bien que cette courbe n'apparaisse pas dans le résultat visuel final.

La flexibilité du contrôle de l'animation est aussi un élément essentiel. En effet, une technique est intéressante dans la mesure où elle permet de réaliser une vaste gamme d'animations différentes. Elle doit aussi s'adapter facilement aux besoins particuliers d'un infographiste.

Pour rendre une technique flexible, il est nécessaire de disposer de paramètres permettant de couvrir un grand nombre d'animations variées. Il est donc important de ne pas éliminer trop de paramètres et de conserver ceux qui étendent le domaine d'application de la technique. S'ils sont restreints correctement, chacun de ces paramètres aura beaucoup d'influence sur l'animation finale.

La technique ne doit pas non plus être fortement contrainte. En effet, la technique perd beaucoup d'intérêt si elle ne peut s'appliquer que sur un petit nombre d'éléments et que le domaine des paramètres est restreint. Par exemple, dans le cas du feu, il serait intéressant de pouvoir faire brûler un objet tridimensionnel quelconque.

1.1.3 Techniques d'animation possibles

L'animation de phénomènes autonomes, comme le feu, peut être approchée de trois façons distinctes. Il est possible d'adopter une solution par étapes clés (*keyframing*) où l'infographiste détermine étape par étape le comportement de l'animation. Nous pouvons aussi modéliser la réaction en tenant compte des principes de physique et de chimie en cause. Finalement, il est aussi possible d'utiliser une méthode hybride où les

lois régissant le phénomène sont simplifiées pour tenter de ne conserver que les éléments visuels majeurs.

L'approche par *keyframing* est très flexible et laisse l'infographiste libre de contrôler l'animation jusque dans ses moindres détails. En effet, celui-ci est en mesure de spécifier tous les changements se produisant dans l'animation. Il est ainsi possible d'obtenir des animations réalistes et répondant exactement aux désirs de l'animateur. Cette technique est donc adaptée aux animations impliquant peu d'objets et comportant peu de changements, comme le déplacement d'objets rigides tel une voiture. Dans le cas d'animations très dynamiques, comme le mouvement du feu, l'approche par *keyframing* demande une quantité astronomique de travail à l'animateur.

La seconde approche évite entièrement ce problème en automatisant l'animation. En effet, si le phénomène est régi par des lois physiques et chimiques strictes, la simulation de ces lois à partir de conditions initiales permet de déterminer complètement l'animation. Cette approche pose cependant certains problèmes de flexibilité. En effet, les réactions physiques et chimiques en cause sont complexes et dépendent d'un nombre important de paramètres. L'animation du feu dépend par exemple de la rugosité de la surface, de la quantité d'oxygène dans l'air, de la composition chimique du matériau brûlé, etc. [GB95] Ces paramètres, souvent contre-intuitifs, rendent difficile la réalisation d'une simulation répondant aux désirs de l'infographiste. De plus, la complexité des modèles physiques et chimiques augmente les temps de calcul. Souvent, pour être en mesure de résoudre le problème en un temps raisonnable, la simulation sera simplifiée. Ces approximations, si elles ne sont pas faites convenablement, risquent d'affecter la qualité visuelle et le réalisme de l'animation. Finalement, une simplification n'est pas toujours possible ou adéquate pour un phénomène physique complexe.

La troisième approche tente d'identifier les éléments visuels importants présents dans le phénomène à animer. On peut ensuite créer une simulation simplifiée ne considérant que les éléments visuels identifiés. Cette technique, en conservant seulement les paramètres importants et intuitifs, permettra d'augmenter le contrôle de l'infographiste sur l'animation finale. Par exemple, dans le cas de l'animation du feu, on pourrait inclure un paramètre contrôlant la fréquence d'oscillation et la couleur des flammes. Cette approche comprend aussi des simplifications qui peuvent diminuer grandement le temps de calcul, permettant à l'infographiste de réaliser plusieurs animations jusqu'à

l'obtention du résultat désiré. Le problème de cette technique touche au réalisme de l'animation obtenue. En effet, les simplifications du phénomène risquent de négliger des éléments qui, bien que considérés visuellement inutiles, contribuent à rendre le résultat convaincant.

1.2 Aperçu des différents chapitres

Dans le chapitre 2 nous énumérons et décrivons les principaux travaux qui ont touché à la propagation et au rendu de feu. Nous exposons les avantages, les inconvénients et les limitations de diverses techniques.

Le chapitre 3 décrit la technique utilisée pour réaliser la propagation du feu sur une surface. Nous nous attardons ici au réalisme du mouvement d'expansion de la surface consumée.

Au chapitre 4 nous présentons une technique permettant de déterminer le mouvement du feu en 3D. Nous y adoptons une représentation simplifiée du feu qui nous permettra de l'animer efficacement. Nous nous intéressons ici au réalisme du mouvement des flammes formant le feu.

Dans le chapitre 5 nous exposons une méthode permettant de réaliser chacune des images de l'animation du feu et ainsi produire les résultats définitifs de notre technique. Nous tentons ici d'obtenir des images à haut degré de réalisme.

Au chapitre 6 nous analysons certains résultats obtenus à l'aide de notre technique. Des images extraites de diverses animations sont aussi présentées.

Nous concluons au chapitre 7 en exposant plusieurs avenues de recherche ouvertes par ce travail.

L'annexe A présente la preuve de certains lemmes généraux ainsi que des preuves omises du corps du mémoire pour en faciliter la lisibilité.

Chapitre 2

Travaux antérieurs

Dans ce chapitre, nous exposons diverses techniques proposées antérieurement et ayant trait aux effets spéciaux de feu. Nous citons tout d'abord certains travaux relatifs aux techniques générales utilisées dans le cadre de ce mémoire. Ces travaux ne sont donc pas reliés directement aux effets de feu mais ils constituent des références importantes ou des applications typiques des techniques employées plus loin. Nous nous attardons ensuite aux diverses approches déjà proposées pour parvenir à réaliser la propagation, l'animation ou le rendu du feu. Nous énumérons les avantages et les inconvénients de ces travaux tout en expliquant en quoi notre démarche se distingue de celles qui ont déjà été proposées.

2.1 Techniques générales

Nous présentons certains travaux liés aux techniques générales que nous utilisons plus loin. Ces techniques peuvent être séparées en trois grandes catégories : les systèmes de particules, les méthodes d'animation de particules et les techniques de modélisation et de rendu de volumes.

2.1.1 Systèmes de particules

Un système de particules [Ree83] est composé d'un ensemble de particules, d'un ensemble de sources ainsi que d'un ensemble de facteurs extérieurs influençant les particules. Une particule est une primitive géométrique généralement simple possédant plusieurs attributs. Par exemple une particule représentée par un point peut compter

parmi ses attributs sa vitesse, sa durée de vie, sa couleur, sa masse, etc. Les sources sont utilisées pour émettre des particules en les plaçant en des endroits particuliers de l'espace et en fixant des valeurs initiales pour leurs attributs. Les facteurs extérieurs, quant à eux, influencent la variation des attributs des particules. Par exemple, un champ gravitationnel modifiera de façon constante le vecteur de vitesse associé aux particules.

Un système de particules est généralement dynamique, c'est-à-dire que certains attributs des particules varient dans le temps. Cette variation peut être induite par des facteurs extérieurs ou d'autres attributs d'une particule. Par exemple, la position d'une particule changera en fonction de sa vitesse qui elle-même peut être influencée par la présence d'un champ gravitationnel. Ces variations temporelles, relevant souvent d'intégrales complexes, sont parfois approximées en appliquant un pas de temps fixe. Tous les attributs sont alors considérés constants au cours d'un pas de temps et sont modifiés à la fin de celui-ci.

Les systèmes de particules liées forment une variante des systèmes précédents. Dans ceux-ci, on conserve certaines informations inter-particules. Par exemple, une corde élastique peut être simulée par un système de particules possédant chacune une masse et liées entre elles par des ressorts exerçant une certaine force de rappel. Dans le cas où les particules ont une masse et où les liens sont des ressorts, le système de particules est appelé système masse-ressort.

Des systèmes de particules liées sont utilisés aux chapitres 3 et 4. Dans le chapitre 3, la propagation du feu s'effectue en utilisant un front de particules liées entre elles et contraintes à rester sur une surface quelconque. Dans le chapitre 4, une chaîne de particules liées est utilisée pour représenter chaque flamme du feu.

Reeves [Ree83] a introduit la notion de systèmes de particules. La technique proposée permet l'animation et le rendu de particules pouvant se déplacer dans tout l'espace. Une application de son système de particules pour la propagation, l'animation et le rendu du feu est aussi présentée. Cette technique a d'ailleurs été utilisée dans la séquence *Genesis* du film *Star Trek II : The Wrath of Khan* [Par82]. La méthode proposée par Reeves ne permet cependant pas de réaliser la propagation de feu sur des surfaces arbitraires. Aussi, l'animation et le rendu du feu proposés ne visent pas le réalisme et le résultat obtenu se rapproche plus d'une série de petites explosions que d'une surface continue.

Reeves et Blau [RB85] présentent diverses utilisations de systèmes de particules. Des particules contraintes à une surface sont utilisées, entre autres, pour modéliser des vagues de vent soufflant sur un terrain couvert de hautes herbes. Ce système n'est cependant pas adapté à la propagation du feu sur une surface quelconque.

Sims [Sim90] utilise un système de particules pour générer des feux d'artifices individuels et des gouttelettes d'eau dans une cascade. L'animation des particules est réalisée sur un système parallèle et exploite cette particularité.

Goss [Gos90] utilise un système de particules pour représenter les sillons et la traînée de vagues derrière un bateau en mouvement. Ici aussi les particules sont contraintes à la surface de l'eau. Cette surface doit cependant rester plane et ne peut pas être perturbée par des vagues, rendant impossible l'utilisation de la technique dans le cadre de particules contraintes à une surface quelconque.

Un système de particules liées de façon à former une grille 2D a été utilisé par Baraff et Witkin [BW98] pour représenter le comportement dynamique d'un tissu. Les particules agissent les unes sur les autres par l'application de forces d'étirement, de compression, de cisaillement et de pliage. L'approche de Breen *et al.* [BHW94] est similaire mais vise à déterminer la position d'un tissu à l'équilibre.

Plante [Pla99] utilise des particules liées en une chaîne pour représenter des mèches déformables de cheveux. Les interactions entre les particules d'une même mèche permettent de réaliser une animation réaliste de la chevelure. L'ajout d'interactions entre des particules de mèches différentes permet de créer l'effet de volume de cheveux.

2.1.2 Méthodes d'animation de particules

Comme mentionné précédemment, les particules peuvent être influencées par des facteurs extérieurs. Nous avons donné l'exemple d'un champ gravitationnel, cependant plusieurs autres facteurs influençant la dynamique des particules ont été développés. Ces facteurs s'éloignent parfois du réalisme physique et visent plutôt à augmenter le contrôle de l'infographiste.

Parmi ces techniques on compte les méthodes de champs vectoriels tridimensionnels. Ceux-ci peuvent être constitués d'un ensemble fini de vecteurs associés à des points de l'espace. Ces vecteurs influencent un certain attribut des particules, comme leur position ou leur vitesse. Par exemple, l'utilisateur pourrait spécifier la force et la direction du vent en

certaines régions. Lors du passage d'une particule dans ces régions, sa vitesse se trouve modifiée affectant du même coup son déplacement. Des champs vectoriels représentés par des fonctions définies dans tout l'espace ont aussi été développés.

Dans le chapitre 4 nous animons les flammes en utilisant un champ vectoriel dynamique simple qui ne relève pas de la physique mais capture tout de même la nature chaotique du mouvement du feu. Cette méthode d'animation vise à accorder à l'infographiste un contrôle important sur les principaux éléments visuels. Nous présentons maintenant certaines méthodes d'animation de particules semblables à celle que nous utilisons plus loin.

Wejchert et Haumann [WH91] modélisent le flux dans un fluide grâce à un champ vectoriel. Ce champ est ensuite appliqué à des particules possédant une certaine géométrie. Un modèle aérodynamique est utilisé pour déterminer l'effet de forces sur les particules. Celles-ci sont finalement animées en fonction de ces forces.

Ebert *et al.* [ECP94] proposent un système de champs vectoriels tridimensionnels et de fonctions de mouvement permettant de contrôler l'animation des gaz et des fluides. L'animation produite n'est pas spécifiquement influencée par les lois physiques régissant le mouvement des gaz et des fluides. Cette technique est cependant difficile à appliquer directement à l'animation du feu car l'infographiste doit spécifier où utiliser les diverses fonctions de mouvement plus ou moins intuitives.

Les champs vectoriels présentés par Hilton et Egbert [HE94] sont semblables aux précédents. Ils permettent de créer, à partir d'un ensemble de fonctions de base, divers comportements pour un système de particules. La technique proposée, bien que permettant elle aussi de contrôler un gaz ou un fluide, n'est pas spécifiquement adaptée au feu.

2.1.3 Techniques de modélisation et de rendu de volumes

Il est souvent suffisant, en infographie, de ne s'intéresser qu'à la surface des objets dont on désire faire le rendu. Dans le cas du feu, cependant, il est nécessaire de considérer les contributions visuelles provenant de l'intérieur du volume de feu. Il peut aussi être nécessaire de déterminer la surface délimitant le volume dont on désire faire le rendu. Cette dernière étape, que nous nommons modélisation du volume, consiste dans notre cas à déterminer une surface implicite, c'est-à-dire la surface solution d'une

équation tridimensionnelle (voir chapitre 5).

Quelques techniques de modélisation de surfaces implicites ont déjà été proposées [BB97]. Ces techniques sont basées sur l'évaluation de l'équation en un ensemble fini de points de l'espace. La fonction ainsi discrétisée est utilisée pour approximer la surface de façon plus ou moins précise.

Lorenson et Cline [LC87] ont introduit la technique des *marching cubes* permettant de déterminer un maillage polygonal approximant une surface implicite. Nous décrivons cette technique en détail dans la section 5.4.1.

Suite à la modélisation du volume, on peut procéder à son rendu. Cette étape peut être dépendante de la nature de l'objet à afficher. Par exemple, le rendu de nuages [KV84] n'est pas réalisé de la même façon que le rendu de feu. Au chapitre 5 nous utilisons une technique par tracé de rayons. Cependant, les détails de cette technique doivent être ajustés pour s'assurer du réalisme visuel du feu obtenu.

Rushmeier *et al.* [RHC95] proposent une technique de lancer de rayons permettant de visualiser des données de combustion. Cette technique ne vise pas le réalisme des images mais bien la représentation adéquate de données déjà existantes. On y présente une méthode permettant de déterminer la radiance le long d'un rayon à partir de données relatives au feu.

2.2 Techniques spécifiques aux effets de feu

Nous présentons maintenant diverses techniques déjà développées pour permettre de simuler les effets visuels directement reliés au feu. Certaines de ces techniques visent la production efficace d'images réalistes alors que d'autres constituent des simulations physiques plus complètes. Nous résumons tout d'abord brièvement quelques travaux importants réalisés dans le domaine. Nous décrivons ensuite avec plus de détails trois techniques permettant d'effectuer la propagation, l'animation et le rendu du feu.

La technique de modélisation de flammes présentée par Perlin [Per85] se fonde sur une fonction de bruit. La turbulence inhérente aux flammes est réalisée par l'application d'une perturbation fractale. Une modification adéquate des paramètres de la fonction de turbulence permet de créer un mouvement ascendant des flammes. Les résultats visuels obtenus pour un feu en deux dimensions sont assez réalistes. Cependant, cette limitation ne permet pas de déplacer arbitrairement l'observateur. De plus, la propagation sur des

objets 3D ne peut pas être réalisée vu la nature intrinsèquement 2D de la méthode.

Cerimele *et al.* [CGM91] présentent un modèle numérique permettant de simuler le processus de diffusion d'une flamme. Cette simulation, fortement basée sur les lois physiques et chimiques régissant le phénomène, n'est cependant pas axée sur le rendu de la flamme. Elle n'est pas non plus adaptée au contrôle interactif de l'animation et ne permet pas de réaliser un feu complet.

Inakage [Ina89] étudie le processus physique à la base de la formation d'une flamme. Il présente un modèle d'émission et de transmission de la lumière près du foyer de combustion. Les techniques de rendu de volume qu'il utilise permettent d'obtenir des images convaincantes d'une flamme de bougie ou de brûleur Bunsen. Cependant, le rendu de volume proposé, basé sur les lois physiques, est très coûteux. De plus, aucune méthode de production d'animation n'a été présentée et il apparaît très difficile d'étendre la technique pour réaliser un feu à grande échelle.

2.2.1 Technique de Chiba *et al.*

Chiba *et al.* [COMM94] proposent une méthode permettant de réaliser la propagation, l'animation et le rendu d'un feu en deux dimensions.

La propagation du feu se fait sur un objet en deux dimensions. L'article montre un exemple de propagation le long d'un arbre projeté sur un plan. La technique consiste à diviser l'image en cellules carrées contenant une certaine quantité de combustible. Dans l'exemple proposé, les cellules correspondent aux pixels de l'image et une quantité fixée de combustible est placée dans les cellules occupées par l'arbre (toutes les autres cellules ne reçoivent pas de combustible). Une cellule s'enflamme lorsqu'elle atteint une température spécifique. Pour déterminer l'évolution de sa température au cours du temps, une simulation est effectuée. Chaque cellule reçoit une certaine quantité d'énergie de ses voisines. La propagation entre des objets séparés est réalisée en permettant aux flammes libres de transmettre de l'énergie aux cellules de combustible.

Le feu lui-même est modélisé avec un système de particules indépendantes. Ces particules se déplacent en subissant certaines forces transmises par un champ vectoriel 2D. Pour réaliser des flammes turbulentes, les auteurs utilisent des fonctions nommées vortex qui influencent l'état du champ vectoriel. Ces vortex possèdent des comportements précis : ils naissent, grossissent, déclinent, disparaissent, se déplacent et entrent en col-

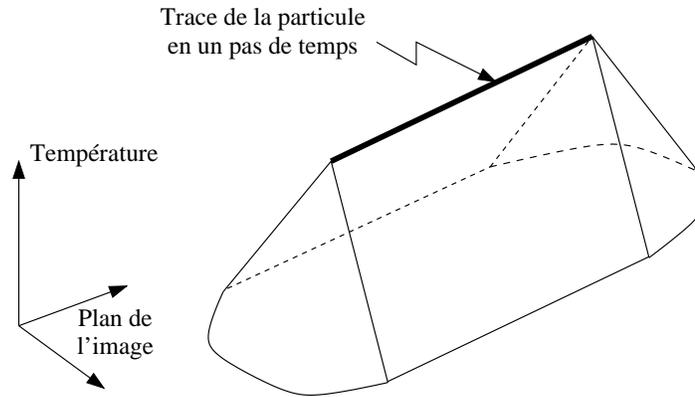


FIG. 2.1: Primitive de Chiba *et al.* pour effectuer le rendu de feu.

lision avec les obstacles. Cette dernière caractéristique, combinée à la détection des collisions entre les particules et les obstacles, permet de créer des flammes contournant les objets.

Le rendu du feu est effectué directement à partir des particules. Au cours de chaque pas de temps, la ligne tracée par une particule est utilisée à la base d'une primitive 3D. Cette primitive (figure 2.1) représente une fonction de la température associée aux pixels traversés par la particule. Ces primitives sont ensuite rendues en utilisant un algorithme de tampon de profondeur de façon à conserver les températures les plus élevées en chaque pixel. Une couleur est ensuite associée à chaque température.

Takahashi *et al.* [TTC97] ont étendu la méthode précédente en trois dimensions. Les détails permettant de procéder à la propagation sur des surfaces dans l'espace ne sont pas abordés. Les auteurs présentent une généralisation du concept de vortex permettant de créer des champs vectoriels 3D. Des particules sont ensuite émises dans l'espace et subissent une force correspondant aux vecteurs du champ. Une méthode de rendu semblable à la technique 2D est aussi proposée. Cette méthode nécessite la création d'une grille régulière de voxels pour accumuler l'intensité transmise par chacune des sources. Le rendu permet de réaliser le calcul de l'illumination produite par la flamme.

2.2.2 Technique de Perry et Picard

La technique de Perry et Picard [PP94] permet de réaliser la propagation, l'animation et le rendu du feu.

La méthode de propagation proposée consiste à simuler le déplacement d'un front

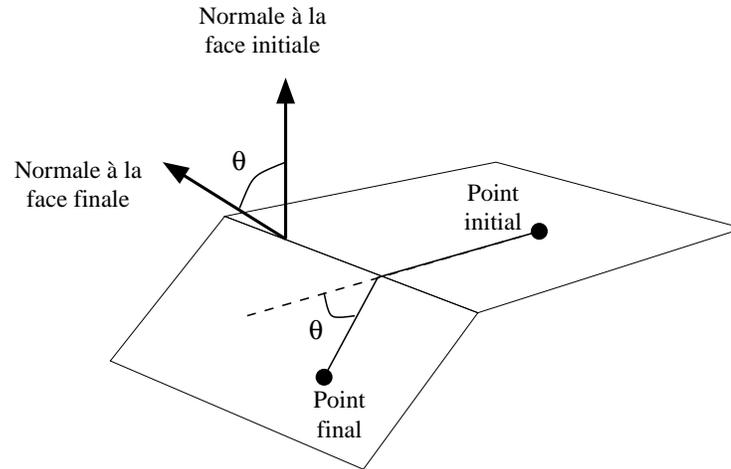


FIG. 2.2: Technique d'ajustement de la vitesse d'une particule de Perry et Picard.

de feu le long d'une surface à partir d'un point d'ignition original. La surface doit être un maillage polygonal. Le front de feu, quant à lui, est représenté par un ensemble de particules. Celles-ci sont reliées entre elles par des segments de droite créant une approximation d'une courbe. Au point d'ignition, toutes les particules sont émises avec des vitesses radiales. Si deux particules adjacentes s'éloignent de plus d'une certaine distance fixée alors une nouvelle particule est ajoutée sur le segment du front joignant ces deux particules. De cette façon on s'assure de conserver une assez grande densité sur tout le front. De plus, les particules sont contraintes à rester sur les faces du maillage polygonal. Lorsqu'une particule traverse une arête, sa vitesse subit une rotation égale à l'angle entre la face originale et la nouvelle face atteinte (figure 2.2). La vitesse des particules est ajustée suivant un modèle inspiré de la physique considérant la quantité d'oxygène disponible ainsi que la direction de la gravité.

Cette technique de propagation, semblable à celle que nous présentons au chapitre 3, semble poser certains problèmes. En effet, lorsque deux particules adjacentes se trouvent sur des faces différentes, le segment du front reliant ces particules peut ne plus se trouver sur la surface. Si une nouvelle particule est alors créée sur ce segment, elle risque de ne pas se trouver sur la surface violant un critère essentiel de la propagation de feu. Aucune méthode permettant de corriger ce problème n'a été proposée par les auteurs. Nous décrivons cet aspect plus en détail dans la section 3.3.

L'animation du feu est faite à l'aide d'un système de particules semblable à celui de Reeves [Ree83]. Lors de la propagation du feu, chacune des particules du front

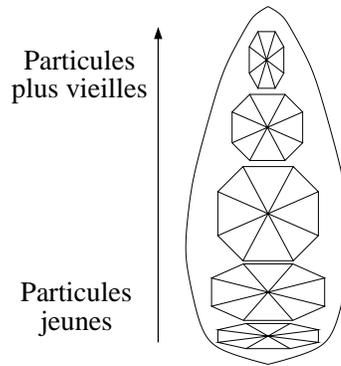


FIG. 2.3: Particules octogonales à géométrie variable de Perry et Picard.

peut placer une flamme sur la surface. Lorsqu'une flamme est placée sur la surface, elle devient une source de particules de feu. Ces dernières ne sont pas contraintes à la surface et se déplacent verticalement. L'utilisation d'un champ de vent permet de perturber ce déplacement et de reproduire le comportement chaotique du feu.

Pour effectuer le rendu, Perry et Picard utilisent des octogones placés de manière à faire face à l'observateur. Ces octogones sont liés au déplacement des particules de feu. De plus, la géométrie des octogones change au cours de la vie d'une particule de feu. Les particules jeunes sont munies d'octogones courts et larges tandis que les particules plus vieilles ont des octogones grands et étroits. Cette technique permet d'obtenir la forme générale d'une flamme (voir figure 2.3). L'image est ensuite générée en effectuant le rendu de chacun des octogones par interpolation de Gouraud [Gou71]. Les flammes ainsi produites ont un contour généralement flou.

2.2.3 Technique de Stam et Fiume

Stam et Fiume [SF95] présentent un système permettant d'effectuer la propagation, l'animation et le rendu du feu.

La technique de propagation proposée est fortement basée sur la simulation physique du phénomène de combustion. La surface de l'objet à brûler est recouverte par une carte de combustible. Cette carte associe à chaque point de la surface une série d'attributs. Les attributs indiquent entre autres la densité de combustible, la température et l'état (allumé ou non). Une technique de résolution numérique par différences finies est ensuite appliquée pour faire évoluer le système dans le temps. De par sa nature, cette technique est relativement coûteuse et n'offre pas un contrôle très flexible à un infographiste. Elle

permet cependant la propagation du feu entre deux surfaces détachées.

L'animation du feu, quant à elle, est réalisée à l'aide de champs de vent turbulents [SF93]. L'infographiste peut manipuler un champ vectoriel à grande échelle pour contrôler le comportement global du feu. Il lui est aussi possible de modifier le comportement à petite échelle en spécifiant les paramètres de turbulence. L'article mentionne cependant que ces champs de vent, bien qu'adaptés aux autres phénomènes gazeux comme les nuages, demandent un temps important à l'infographiste qui veut réaliser un effet de feu correct.

Finalement, le rendu du feu est basé sur la technique des *warped blobs*. La technique consiste à trouver une déformation de l'espace apte à représenter les turbulences présentes dans les phénomènes gazeux. Des *blobs* de base sont ensuite déterminés en fonction de la position des particules. Les rayons lancés pour réaliser le rendu de la scène sont perturbés (*warping*) par la déformation de l'espace modifiant du même coup le chemin traversant l'intérieur des *blobs*. L'image résultante présentera des zones plus ou moins claires correspondant aux variations induites par le *warping*. Les *warped blobs*, qui semblent bien adaptés au rendu de nuages, ne permettent pas d'obtenir le contour bien défini souvent observable dans un feu. Vue cette limitation, la technique ne permet pas, entre autre, de réaliser une flamme unique.

Chapitre 3

Propagation du feu

Nous désirons tout d'abord être en mesure de prévoir le comportement d'un objet enflammé à partir d'un foyer d'origine. Il est donc nécessaire de simuler la progression du feu le long de la surface à partir de ce foyer. Le résultat de cette simulation est une animation représentant le changement de la surface consumée au cours du temps.

Nous pouvons utiliser chacune des trois approches proposées à la section 1.1.3 pour simuler la propagation du feu. Cependant, comme le phénomène de propagation est très dynamique, la technique par *keyframing* serait beaucoup trop laborieuse. La simulation physique et chimique du phénomène, quant à elle, nous paraît trop complexe et manque de flexibilité pour cette application.

Nous utilisons donc l'approche par simulation hybride. Après avoir identifié les éléments visuels majeurs, nous proposons une simulation simplifiée qui tentera de les considérer tous. Cette simulation, inspirée des lois régissant la propagation du feu, n'est pas physiquement correcte. Cependant, la grande dynamique du phénomène réel peut le rendre difficile à distinguer du résultat de notre simulation.

3.1 Éléments visuels importants de la propagation

Dans un premier temps, il est nécessaire d'identifier les éléments visuels importants liés à la propagation du feu. Lorsque nous aurons énuméré ces éléments, nous serons en mesure de proposer une technique simplifiée qui tentera de les considérer tous.

Nous remarquons tout d'abord que, lorsqu'une surface est enflammée, le feu a tendance à se propager plus rapidement sur des trajectoires ascendantes. Ce phénomène

s'explique par le réchauffement de l'air près de la base des flammes entraînant un mouvement de convection qui augmente les températures dans les parties supérieures de la flamme. C'est ce même principe qui est à la base de la forme verticale et allongée des flammes.

Un autre élément visuel facile à observer est lié à la propagation le long des arêtes et des rainures. En effet, le feu a tendance à se propager plus rapidement sur certaines arêtes et plus lentement sur certaines autres. Cet effet est dû à la réaction de combustion car celle-ci requiert la présence d'oxygène. L'angle extérieur formé par deux polygones se rejoignant en une arête peut être supérieur ou inférieur à 180 degrés. Dans le premier cas, une plus grande quantité d'oxygène est disponible pour la combustion, le feu se propage donc plus rapidement que sur une surface plane. Dans le cas où l'angle extérieur formé par les polygones est de moins de 180 degrés, l'oxygène disponible est moins important que sur une surface plane, ralentissant la progression du feu.

Finalement, on peut remarquer que la progression du feu est affectée par le médium consommé. En effet, si une trace d'essence est placée sur une planche de bois, cette trace aura tendance à s'enflammer aisément et le feu s'y propagera beaucoup plus rapidement que sur le reste de la surface.

Nous négligeons plusieurs éléments physiques qui peuvent influencer, à divers degrés, le résultat de la simulation. Entre autres le déplacement et la température de l'air. Ces facteurs, bien que pouvant affecter de façon importante le résultat visuel de la propagation, n'ont pas été considérés par souci de simplicité. Nous croyons cependant que la technique que nous proposons pourrait être étendue pour les considérer.

3.2 Propriétés requises

La technique de propagation proposée suppose certaines propriétés relatives à l'objet 3D à brûler. Tout d'abord l'objet doit être un maillage dont toutes les faces sont triangulaires. Ces maillages sont très courants et ils peuvent aussi être obtenus facilement à partir d'objets ayant des représentations différentes. Par exemple, un objet représenté par des surfaces courbes peut être triangulé de façon à obtenir un maillage répondant à notre critère.

Les autres propriétés requises sont les suivantes :

- L'objet doit être une variété 2D sans frontière,

- Aucune face ne doit être dégénérée,
- Pour chaque sommet il doit exister un vecteur de \mathbb{R}^3 formant un produit scalaire positif avec chacune des normales aux faces touchant au sommet.

Cette dernière propriété n'est pas très limitative. En effet, pour les rares objets ne respectant pas cette condition, il est toujours possible d'ajouter quelques faces permettant de créer un maillage ayant une géométrie pratiquement identique et vérifiant la propriété. Nous croyons que ce processus pourrait être automatisé.

Ces propriétés sont nécessaires pour le bon fonctionnement de l'algorithme de propagation proposé. En effet, certains aspects de la technique requièrent l'une ou l'autre de ces propriétés.

3.3 Représentation par front de feu

La technique pour laquelle nous avons opté, inspirée de Perry et Picard [PP94], consiste à représenter la frontière séparant la surface partiellement ou complètement brûlée de la surface qui n'a pas encore été touchée par les flammes. Nous faisons ensuite croître ce front augmentant ainsi l'étendue du feu. Un tel front a l'avantage de nous permettre de générer des flammes avec une densité uniforme sur la surface de l'objet.

Cette technique, comparativement aux méthodes de Chiba *et al.* [COMM94] et de Stam et Fiume [SF95], ne nécessite pas de discrétisation de l'espace ou de la surface. Ces discrétisations se doivent généralement d'être assez fines pour saisir les détails relatifs à la propagation. Elles demandent donc une quantité de mémoire assez importante. Aussi, des artifices peuvent être induits par le choix de la discrétisation. Notre technique évite ces problèmes en utilisant un front de feu pouvant être beaucoup plus précis que la polygonisation de la surface.

À l'origine, le front est dégénéré et ne représente qu'un point : le foyer d'ignition. Les propriétés décrivant l'extension du front doivent ensuite être choisies de façon à respecter les critères que nous avons déterminés à la section précédente.

Les paramètres nécessaires à l'implantation de la technique sont les suivants :

- L'objet 3D à brûler, respectant les propriétés décrites à la section 3.2,
- Un vecteur décrivant la grandeur et la direction de la gravité,
- Un scalaire décrivant l'indice d'inflammabilité de chacune des faces,

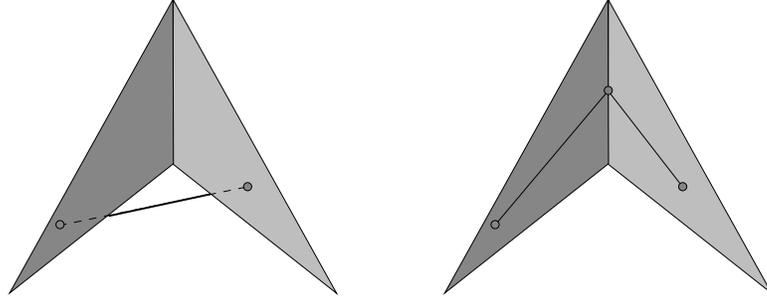


FIG. 3.1: Front erroné à gauche et corrigé à droite par l'ajout d'un point sur l'arête.

- Un ou plusieurs points sur la surface décrivant le ou les foyers d'ignition.

Le front de feu est représenté par une série ordonnée de points 3D $(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{n-1})$ reposant sur les faces composant l'objet.¹ Des segments de droite sont ensuite ajoutés pour relier les points voisins. On note \mathcal{S}_i le segment joignant \mathbf{p}_i et \mathbf{p}_{i+1} . Ces segments doivent se trouver sur la surface de l'objet à brûler. Pour y parvenir, il faut s'assurer que la condition suivante est respectée partout.

$$\forall i, \text{ soit } \begin{cases} \mathbf{p}_i \text{ et } \mathbf{p}_{i+1} \text{ sont sur la même face,} \\ \text{ou} \\ \mathbf{p}_i \text{ est sur une arête et } \mathbf{p}_{i+1} \text{ est sur une face touchant à cette arête.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Autrement dit, tous les points reliés par un segment doivent être sur une même face sauf si un de ces points est sur une arête. Sans cette condition, il serait possible d'obtenir une courbe qui pénètre ou qui se détache de l'objet. La figure 3.1 montre un exemple de cette situation. La figure 3.2 illustre un front de feu respectant la condition 3.1. Dans l'article de Perry et Picard [PP94], les détails permettant de s'assurer que la condition 3.1 est toujours respectée ne sont pas abordés.

Pour faciliter la propagation du front de feu, chaque point possède aussi un vecteur décrivant sa vitesse. Nous notons ces vecteurs $(\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{n-1})$. Le vecteur \mathbf{v}_i doit être parallèle à la face contenant \mathbf{p}_i . Ainsi, lors du prochain pas de temps de la propagation, \mathbf{p}_i reste sur la même face ou traverse une des arêtes de cette face.

Pour simplifier les données et nous assurer que les points et les vitesses sont bien sur les faces de l'objet, nous adoptons une représentation par coordonnées barycentriques.

¹Pour simplifier la notation, tous les indices seront dorénavant traités en arithmétique modulo n , par exemple $\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{p}_{(i+1) \bmod n}$ et $\mathbf{p}_{i-1} = \mathbf{p}_{(i+n-1) \bmod n}$.

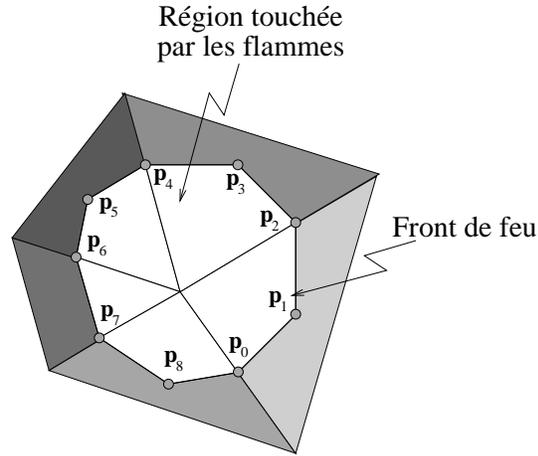


FIG. 3.2: Front de feu correct.

Chaque point et chaque vitesse du front sont donc décrits chacun par un index indiquant la face sur laquelle ils se trouvent ainsi que par trois valeurs réelles, sommant à 1, et correspondant aux coordonnées barycentriques relatives aux sommets de cette face. De plus, les coordonnées barycentriques d'un point sont des valeurs situées entre 0 et 1. Pour le point \mathbf{p}_i et la vitesse \mathbf{v}_i , nous notons ces données de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{p}_i) & : \text{index de la face contenant le point } \mathbf{p}_i, \\
 (B_0(\mathbf{p}_i), B_1(\mathbf{p}_i), B_2(\mathbf{p}_i)) & : \text{coordonnées barycentriques de } \mathbf{p}_i, \\
 F(\mathbf{v}_i) & : \text{index de la face contenant le point } \mathbf{v}_i, \\
 (B_0(\mathbf{v}_i), B_1(\mathbf{v}_i), B_2(\mathbf{v}_i)) & : \text{coordonnées barycentriques de } \mathbf{v}_i.
 \end{aligned}$$

Lorsque \mathbf{p}_i se retrouve sur une arête, nous notons $F'(\mathbf{p}_i)$ l'index de la seconde face contenant \mathbf{p}_i . Nous notons aussi $(B'_0(\mathbf{p}_i), B'_1(\mathbf{p}_i), B'_2(\mathbf{p}_i))$ les coordonnées barycentriques de \mathbf{p}_i sur cette nouvelle face. On sait que F' , B'_0 , B'_1 et B'_2 existent et sont uniques car l'objet est une variété 2D sans frontière et ne comporte aucune face dégénérée.

Nous notons $\mathbf{p}_i(t)$ la position du i -ème point de la série au temps t . À l'origine, on fixe n et on assigne tous les points au foyer d'ignition. Ensuite on dispose les vitesses de ces points de façon à ce qu'elles soient radiales relativement à la face d'origine. Soient \mathbf{o} le foyer d'ignition et $(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y)$ deux vecteurs orthogonaux parallèles à la face d'origine et choisis tels que $\mathbf{v}_x \times \mathbf{v}_y$ soit dirigé dans le sens de la normale à cette face.

La configuration de départ du front énumère les points dans le sens anti-horaire :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i(0) &= \mathbf{o} \\ \mathbf{v}_i(0) &= \cos\left(\frac{i}{n}\right) \mathbf{v}_x + \sin\left(\frac{i}{n}\right) \mathbf{v}_y. \end{aligned} \quad (3.2)$$

3.4 Propagation uniforme

Dans un premier temps, nous proposons une technique permettant de réaliser une propagation uniforme du front de feu. La propagation ne sera donc pas dépendante des facteurs mentionnés dans la section 3.1. Nous ajusterons ensuite cette technique pour qu'elle considère les éléments visuels que nous avons identifiés.

La propagation du front se fait en ajoutant à chacun des points \mathbf{p}_i le vecteur décrivant sa vitesse multiplié par le pas de temps :

$$\mathbf{p}_i(t + \Delta t) = \mathbf{p}_i(t) + \Delta t \mathbf{v}_i(t). \quad (3.3)$$

L'équation 3.3 ne peut cependant pas être appliquée directement car les points du front doivent rester sur la surface de l'objet. Nous montrons maintenant comment adapter notre technique pour atteindre ce résultat.

3.4.1 Déplacement d'un point du front

Considérons d'abord le cas où \mathbf{p}_i ne quitte pas la face sur laquelle il se trouvait. C'est-à-dire que $0 \leq B_0(\mathbf{p}_i(t + \Delta t)), B_1(\mathbf{p}_i(t + \Delta t)), B_2(\mathbf{p}_i(t + \Delta t)) \leq 1$. Comme nous désirons une propagation uniforme, la vitesse est constante sur tout l'intervalle et le point $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$ est exact. La vitesse $\mathbf{v}_i(t + \Delta t)$ n'a pas à être changée et est égale à $\mathbf{v}_i(t)$.

Dans le cas où \mathbf{p}_i quitte la face, la progression est séparée en deux parties. Le déplacement du point jusqu'à sa sortie de $F(\mathbf{p}_i(t))$ au temps $t + \Delta t_1$:

$$\mathbf{p}_i(t + \Delta t_1) = \mathbf{p}_i(t) + \Delta t_1 \mathbf{v}_i(t)$$

suivi du déplacement du point sur la nouvelle face atteinte :

$$\mathbf{p}_i(t + \Delta t) = \mathbf{p}_i(t + \Delta t_1) + (\Delta t - \Delta t_1) \mathbf{v}_i(t + \Delta t_1).$$

Une fois $\mathbf{p}_i(t + \Delta t_1)$ et $\mathbf{v}_i(t + \Delta t_1)$ trouvés, on résoud pour $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$ en appliquant itérativement la technique de déplacement d'un point pour nous assurer de toujours rester sur les faces de l'objet.

Pour trouver Δt_1 , il suffit de résoudre chacune des équations suivantes et de conserver le plus petit Δt_1 positif obtenu :

$$\begin{aligned} B_0(\mathbf{p}_i(t)) + \Delta t_1 B_0(\mathbf{v}_i(t)) &= 0 \\ B_1(\mathbf{p}_i(t)) + \Delta t_1 B_1(\mathbf{v}_i(t)) &= 0 \\ B_2(\mathbf{p}_i(t)) + \Delta t_1 B_2(\mathbf{v}_i(t)) &= 0. \end{aligned}$$

On peut maintenant trouver $\mathbf{p}_i(t + \Delta t_1)$. Pour simplifier l'écriture, nous notons \mathbf{q}_i ce nouveau point. On sait que \mathbf{q}_i se retrouve exactement sur une arête de la face d'indice $F(\mathbf{q}_i)$. Notons \mathbf{a} un vecteur représentant cette arête. On peut donc trouver $F'(\mathbf{q}_i)$ l'index de l'autre face attachée à \mathbf{a} . En ce point, une discontinuité se produit dans la vitesse. En effet, \mathbf{v}_i doit maintenant devenir parallèle à la face $F'(\mathbf{q}_i)$. Notons \mathbf{v}'_i cette nouvelle vitesse et, pour simplifier l'écriture, notons f_i et f'_i les faces $F(\mathbf{q}_i)$ et $F'(\mathbf{q}_i)$ respectivement. Nous notons aussi $\mathbf{N}(f_i)$ et $\mathbf{N}(f'_i)$ les normales en ces deux faces.

La technique que nous avons choisie pour calculer \mathbf{v}'_i utilise le vecteur normal linéairement interpolé au point \mathbf{q}_i . Nous notons ce vecteur $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i)$. Pour obtenir $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i)$ nous devons connaître les vecteurs normaux moyens à chacun des sommets de l'objet. Nous calculons ces vecteurs en utilisant la technique exposée par Shirmann et Abi-Ezzi [SA93]. Sachant que pour chaque sommet il existe un vecteur formant un produit scalaire positif avec chacune des normales aux faces touchant le sommet (section 3.2), cette technique nous garantit que les inégalités suivantes seront respectées :

$$\begin{aligned} \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{N}(f_i) &> 0 \\ \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{N}(f'_i) &> 0. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Nous introduisons ensuite la fonction suivante pour calculer \mathbf{v}'_i :

$$\mathbf{v}'_i = \ell_{|\mathbf{v}_i|} (\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \times \mathbf{N}(f'_i). \tag{3.5}$$

On voit directement que \mathbf{v}'_i , s'il est non nul, est perpendiculaire à $\mathbf{N}(f'_i)$ donc dans le plan de la face f'_i . Une fois la direction de la vitesse connue, nous choisissons $\ell_{|\mathbf{v}_i|}$ pour que la norme de \mathbf{v}'_i soit égale à celle de \mathbf{v}_i :

$$\ell_{|\mathbf{v}_i|} = \frac{|\mathbf{v}_i|}{|(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \times \mathbf{N}(f'_i)|}. \tag{3.6}$$

Les coordonnées $(B_0(\mathbf{v}'_i), B_1(\mathbf{v}'_i), B_2(\mathbf{v}'_i))$ sont ensuite facilement calculées. La transformation impliquée par les équations 3.5 et 3.6 est illustrée à la figure 3.3.

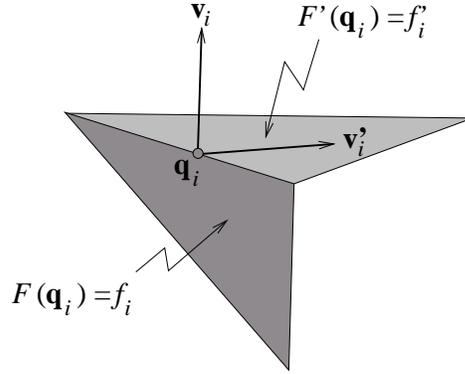


FIG. 3.3: Transformation de la vitesse par les équations 3.5 et 3.6.

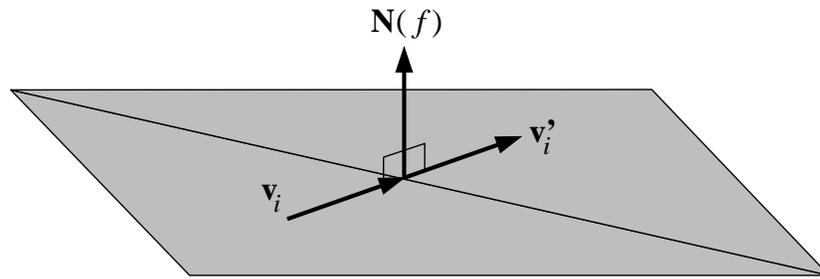


FIG. 3.4: Vitesse inchangée entre deux faces coplanaires.

Les équations 3.5 et 3.6 possèdent quelques propriétés intéressantes. Tout d'abord, nous sommes assurés que \mathbf{v}'_i est non nul et orienté de façon à ne pas sortir de la face f'_i par l'arête qui vient d'être traversée. Cette propriété découle de la proposition A.2.2.

Ceci nous assure que le point, après avoir quitté sa face d'origine, n'aura pas une vitesse le faisant retourner directement dans cette face. Ainsi, l'algorithme proposé ne bouclera pas lors de son application itérative.

Une autre propriété intéressante est que la vitesse ne sera jamais modifiée si le point \mathbf{p}_i traverse une arête entre deux faces coplanaires. Le corollaire A.2.4, illustré à la figure 3.4, prouve cette dernière caractéristique.

3.4.2 Ajustement du nouveau front

Nous disposons maintenant d'un nouveau front composé des points $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$. Ce front n'est cependant pas assuré de respecter la condition 3.1. Pour rencontrer cette condition, nous devons trouver une série de faces voisines formant une boucle et comprenant tous les $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$. Nous devons ensuite trouver des points sur chacune

des arêtes entre ces faces.

Pour ce faire nous introduisons la notion de point interpolé. Soit \mathbf{p}_i et \mathbf{p}_{i+1} deux points de la série originale.² Nous noterons $\mathbf{p}_{i+\alpha}$, avec $0 < \alpha < 1$, le point du segment \mathcal{S}_i tel que :

$$\mathbf{p}_{i+\alpha} = (1 - \alpha)\mathbf{p}_i + \alpha\mathbf{p}_{i+1}$$

De la même façon nous notons $\mathbf{v}_{i+\alpha}$ la vitesse telle que :

$$\mathbf{v}_{i+\alpha} = (1 - \alpha)\mathbf{v}'_i + \alpha\mathbf{v}'_{i+1}$$

Dans cette dernière équation \mathbf{v}'_i et \mathbf{v}'_{i+1} correspondent respectivement aux vitesses \mathbf{v}_i et \mathbf{v}_{i+1} transformées par l'équation 3.5 pour être sur une même face :

$$\begin{aligned} &\text{si } F(\mathbf{p}_i) = F(\mathbf{p}_{i+1}) \text{ alors} \\ &\quad \mathbf{v}'_i = \mathbf{v}_i \\ &\quad \mathbf{v}'_{i+1} = \mathbf{v}_{i+1}, \\ &\text{si } \mathbf{p}_i \text{ est sur une arête et } F'(\mathbf{p}_i) = F'(\mathbf{p}_{i+1}) \text{ alors} \\ &\quad \mathbf{v}'_i = \ell_{|\mathbf{v}_i|}(\mathbf{N}(\mathbf{p}_i) \times \mathbf{v}_i) \times \mathbf{N}(F'(\mathbf{p}_i)) \\ &\quad \mathbf{v}'_{i+1} = \mathbf{v}_{i+1}, \\ &\text{si } \mathbf{p}_{i+1} \text{ est sur une arête et } F(\mathbf{p}_i) = F(\mathbf{p}_{i+1}) \text{ alors} \\ &\quad \mathbf{v}'_i = \mathbf{v}_i \\ &\quad \mathbf{v}'_{i+1} = \ell_{|\mathbf{v}_{i+1}|}(\mathbf{N}(\mathbf{p}_{i+1}) \times \mathbf{v}_{i+1}) \times \mathbf{N}(F(\mathbf{p}_{i+1})) \end{aligned}$$

avec $\ell_{|\mathbf{v}_i|}$ et $\ell_{|\mathbf{v}_{i+1}|}$ choisis pour que $|\mathbf{v}'_i| = |\mathbf{v}_i|$ et $|\mathbf{v}'_{i+1}| = |\mathbf{v}_{i+1}|$ respectivement.

On sait que \mathbf{v}'_i et \mathbf{v}'_{i+1} sont bien définis car, par la condition 3.1, nous sommes toujours dans un des trois cas énumérés. En observant ces définitions, on remarque que \mathbf{v}'_i et \mathbf{v}'_{i+1} sont sur une même face et donc que $\mathbf{v}_{i+\alpha}$ sera parallèle à la face contenant $\mathbf{p}_{i+\alpha}$.

On peut maintenant procéder au déplacement du point $\mathbf{p}_{i+\alpha}$ en utilisant la méthode vue précédemment. Notons $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$ le point déplacé. L'ensemble suivant définit donc une courbe composée de tous les points du segment \mathcal{S}_i après leur déplacement :

$$\mathcal{S}'_i = \{\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t) \mid 0 \leq \alpha \leq 1\}.$$

Montrons maintenant que, comme illustré à la figure 3.5, \mathcal{S}'_i est une courbe continue. Comme nous ne ferons pas une preuve formelle de continuité, nous utiliserons le concept de vecteurs voisins. On dit que deux points sont voisins si on peut les rapprocher arbitrairement l'un de l'autre. Le terme s'applique de façon similaire aux vitesses.

²Pour simplifier la notation, nous omettrons dorénavant le paramètre de temps. Si celui-ci est absent, le temps t doit être utilisé. Par exemple, $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_i(t)$.

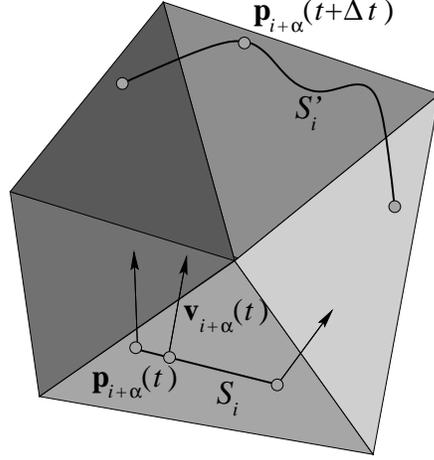


FIG. 3.5: Continuité de la courbe S'_i et déplacement du point interpolé $\mathbf{p}_{i+\alpha}$.

Supposons deux points voisins \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 du segment \mathcal{S}_i ayant des vitesses voisines $\mathbf{v}_{\mathbf{r}_1}$ et $\mathbf{v}_{\mathbf{r}_2}$. Si on applique ces vitesses et que les points ne traversent aucune arête alors les points finaux sont eux aussi voisins. Si un seul des deux points sort de la face, on peut prendre les points initiaux assez rapprochés pour que les points déplacés soient arbitrairement près l'un de l'autre.

Si \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 quittent tous deux la face originale alors on sait qu'ils sont encore voisins tout de suite après être sortis de la face. Montrons maintenant que leurs vitesses transformées sont aussi voisines.

Si \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 traversent la même arête alors leurs vitesses sur la nouvelle face seront :

$$\begin{aligned}\mathbf{v}'_{\mathbf{r}_1} &= \ell_{|\mathbf{v}_{\mathbf{r}_1}|}(\mathbf{N}(\mathbf{q}_1) \times \mathbf{v}_{\mathbf{r}_1}) \times \mathbf{N}(f'), \\ \mathbf{v}'_{\mathbf{r}_2} &= \ell_{|\mathbf{v}_{\mathbf{r}_2}|}(\mathbf{N}(\mathbf{q}_2) \times \mathbf{v}_{\mathbf{r}_2}) \times \mathbf{N}(f').\end{aligned}$$

Dans ces équations \mathbf{q}_1 et \mathbf{q}_2 sont les deux points où \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 respectivement ont traversé l'arête et f' est l'indice de la nouvelle face atteinte. On voit que $\mathbf{v}'_{\mathbf{r}_1}$ et $\mathbf{v}'_{\mathbf{r}_2}$ sont voisines car les normales $\mathbf{N}(\mathbf{q}_1)$ et $\mathbf{N}(\mathbf{q}_2)$ sont voisines et les vitesses $\mathbf{v}_{\mathbf{r}_1}$ et $\mathbf{v}_{\mathbf{r}_2}$ le sont aussi.

Si \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 traversent deux arêtes différentes alors on peut les prendre assez rapprochés pour qu'ils traversent arbitrairement près du sommet joignant ces arêtes. Montrons maintenant que \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 seront sur la même face et auront encore des vitesses voisines après la transformation.

Soit \mathbf{s} un point se trouvant exactement sur un sommet et f_0, f_1, \dots, f_{m-1} les m faces partageant ce sommet telles que f_i et f_{i+1} sont des faces voisines. Notons \mathbf{a}_i l'arête

entre les faces f_i et f_{i+1} . Soit \mathbf{v}_s un vecteur se trouvant sur la face f_i . Notons $\mathbf{T}(\mathbf{v}_s)$ l'opération consistant à faire passer \mathbf{v}_s à la face f_{i+1} en traversant l'arête \mathbf{a}_i :

$$\mathbf{T}(\mathbf{v}_s) = \ell_{|\mathbf{v}_s|}(\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{v}_s) \times \mathbf{N}(f_{i+1}).$$

Notons $\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s)$ l'opération portant \mathbf{v}_s sur la face f_{i-1} en traversant l'arête \mathbf{a}_{i-1} :

$$\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s) = \ell_{|\mathbf{v}_s|}(\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{v}_s) \times \mathbf{N}(f_{i-1}).$$

La composition de k opérations \mathbf{T} est notée \mathbf{T}^k et celle de k opérations \mathbf{T}^{-1} est notée \mathbf{T}^{-k} . Dans chacune de ces équations, on choisit le scalaire $\ell_{|\mathbf{v}_s|}$ pour que la norme des vitesses ne soit pas modifiée.

Le corollaire A.2.6 nous dit que, peu importe si on utilise une composition de \mathbf{T} ou de \mathbf{T}^{-1} , la vitesse en un sommet sera toujours transformée de la même façon sur chacune des autres faces. De plus, l'équation 3.4 nous dit que le vecteur $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ a un produit scalaire positif avec chacune des normales $\mathbf{N}(f_i)$. Cette propriété nous permet de dire que tous les plans contenant $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ ne traversent que deux des m faces touchant au sommet \mathbf{s} . Le plan contenant $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ et chacune des vitesses transformées ne traverse donc que deux des m faces (voir figure 3.6). Une de ces faces contient \mathbf{v}_s avant la transformation et l'autre est la seule face où la vitesse transformée pointe vers l'intérieur. Ceci montre que si \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 traversent de part et d'autre d'un sommet mais arbitrairement rapprochés l'un de l'autre, alors leurs vitesses transformées sont voisines et les points transformés sont sur une même face.

On a prouvé que, si \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 quittent tous deux la face originale alors ils sont transformés en des points voisins ayant des vitesses voisines. Le reste du déplacement peut ensuite être effectué et on sait que les points resteront voisins.

Ceci termine la preuve que \mathcal{S}'_i est une courbe continue. En effet, on a prouvé que deux points voisins restent voisins dans chacun des cas suivants :

- Les deux points restent sur la face originale,
- Un seul des deux points quitte la face,
- Les deux points sortent de la face par une même arête,
- Les deux points sortent de la face par deux arêtes différentes.

Comme \mathcal{S}'_i est une courbe continue, on sait qu'elle traverse une série de faces voisines entre $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$ et $\mathbf{p}_{i+1}(t + \Delta t)$. Il suffit donc de trouver tous les α tels que

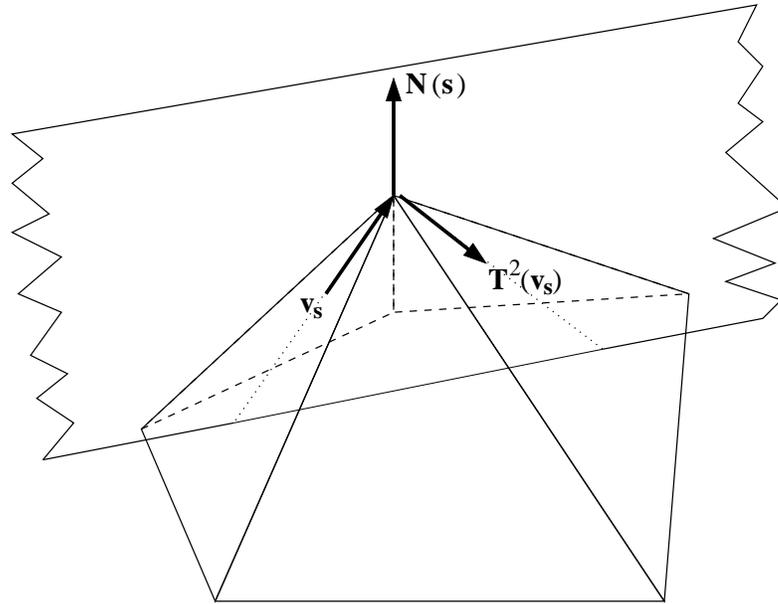


FIG. 3.6: Vitesse et vitesse transformée lorsque le point traverse un sommet.

$\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$ soient sur les arêtes de ces faces. Ces valeurs de α peuvent être trouvées de façon arbitrairement précise en utilisant une recherche binaire telle que décrite dans l'algorithme 1.

Algorithme 1: Raffinement du front de feu.

Données : i : Indice du premier point du segment de front à raffiner
 f = indice de la face contenant $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$;
 $min = 0$;
 $max = 1$;
tant que $f \neq$ face contenant $\mathbf{p}_{i+1}(t + \Delta t)$ **faire**
 $\alpha = (min + max)/2$;
 si $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$ est sur la face f **alors**
 | $min = \alpha$;
 sinon si $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$ est assez près d'une arête de la face f **alors**
 | Ajouter le point $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$ au front ;
 | $min = \alpha$;
 | $max = 1$;
 | $f =$ face contenant $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$;
 sinon
 | $max = \alpha$;
 fin
fin

Les points $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t)$ ainsi que leurs vitesses peuvent être ajoutés à la séquence de points entre les points \mathbf{p}_i et \mathbf{p}_{i+1} . Ainsi, le front de feu devient plus précis et la recherche des α sera moins coûteuse lors du prochain pas de temps.

3.5 Propagation non-uniforme

Comme mentionné dans la section 3.1, certaines propriétés de l'objet influencent la propagation du feu. Nous avons décidé de considérer trois facteurs modifiant l'apparence visuelle de cette propagation : la gravité, la courbure de la surface et un changement du médium consommé. Cette technique de propagation non-uniforme n'a pas été complètement implantée. Cette section propose donc des avenues possibles pour étendre la technique de façon à obtenir des effets plus réalistes.

3.5.1 Effet de la gravité

La gravité influence les mouvements de convection de l'air et par le fait même la direction privilégiée de propagation du feu. Celui-ci aura en effet tendance à se transmettre plus rapidement dans une direction opposée à la force de gravité.

Pour capturer ce phénomène, il est possible de modifier la grandeur de la vitesse de chacun des points du front. La grandeur de la vitesse \mathbf{v}_i d'un point \mathbf{p}_i doit dépendre de l'angle que fait cette vitesse avec la direction de la gravité représentée par un vecteur unitaire noté \mathbf{g} . Plus cet angle est petit, plus la vitesse sera lente, plus cet angle est grand plus elle sera rapide. Pour simplifier, nous utiliserons une vitesse proportionnelle au cosinus de l'angle, donc au produit scalaire entre \mathbf{v}_i normalisé et \mathbf{g} . La nouvelle grandeur de la vitesse se calcule donc de la manière suivante :

$$V_{\text{prop}}(\mathbf{v}_i) = v_{\text{prop}_{\min}} + \frac{v_{\text{prop}_{\max}} - v_{\text{prop}_{\min}}}{2} \left(1 - \frac{\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{g}}{|\mathbf{v}_i|} \right). \quad (3.7)$$

Dans cette équation, les constantes $v_{\text{prop}_{\min}}$ et $v_{\text{prop}_{\max}}$ représentent respectivement la vitesse de propagation minimale et maximale d'un point du front de feu. Ces vitesses sont fixées par l'utilisateur et sont valables pour tous les points du front.

La modification de la grandeur de la vitesse des points du front est effectuée avant chaque itération de l'algorithme de propagation. Celui-ci n'a pas à être modifié et, comme il est indépendant de la grandeur des vitesses des points du front, il conserve toutes les propriétés que nous avons énoncées préalablement.

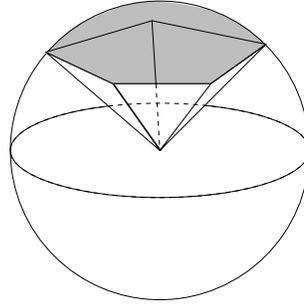


FIG. 3.7: Angle solide extérieur en un sommet donné.

3.5.2 Courbure de la surface

Nous avons aussi mentionné que les arêtes prononcées d'une surface influencent la propagation du feu. Par exemple, le feu se propage plus rapidement sur les arêtes d'un cube que sur ses faces. Ceci est dû au fait que la quantité d'oxygène disponible pour la combustion est plus grande en ces endroits. Pour bien saisir cette propriété nous utilisons une notion semblable à l'angle solide extérieur mais définie de façon non-triviale sur tous les points de la surface.

L'angle solide extérieur en un point est la proportion visible de la surface d'une sphère de rayon infinitésimal centrée en ce point (figure 3.7). Cette notion est fortement liée à la courbure de la surface au point considéré. L'angle solide extérieur en tous points d'un plan est de 2π steradians. Ainsi, si nous utilisons directement l'angle solide extérieur, nous obtenons une valeur constante de 2π sur toute la surface de l'objet 3D autre que les arêtes et les sommets. Ce résultat est évidemment indésirable car seule la vitesse des points du front situés exactement sur les arêtes et les sommets serait modifiée.

Nous avons donc choisi d'utiliser une valeur interpolée de l'angle solide extérieur. Nous notons la valeur de cette fonction $A(\mathbf{p})$ pour un point \mathbf{p} quelconque situé sur la surface. Comme pour les autres techniques d'interpolation sur un maillage polygonal [Gou71], il est tout d'abord nécessaire de déterminer la valeur de la fonction en chacun des sommets.

Pour approximer l'angle solide extérieur en un sommet, nous calculons tout d'abord le cosinus de l'angle d'ouverture ϕ entre chacune des arêtes touchant ce sommet et un vecteur de référence. Comme vecteur de référence, on utilise $\mathbf{N}(\mathbf{s})$, le vecteur normal

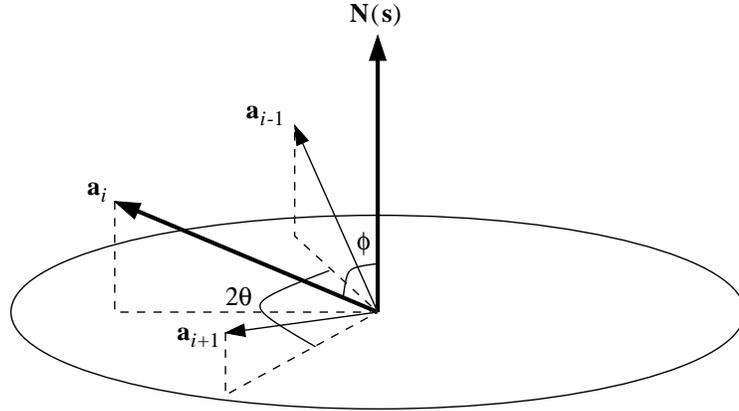


FIG. 3.8: Illustration des valeurs ϕ et θ pour une arête \mathbf{a}_i précédée de l'arête \mathbf{a}_{i-1} et suivie de l'arête \mathbf{a}_{i+1} .

interpolé au sommet \mathbf{s} .³ Pour chaque arête, $\cos(\phi)$ doit être pondéré par une valeur θ correspondant à la contribution à l'angle solide faite par l'arête. Les angles ϕ et θ sont illustrés à la figure 3.8.

Nous détaillons maintenant le calcul de $A(\mathbf{s})$ pour un sommet donné. Soit $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{m-1}$ des vecteurs ayant comme origine \mathbf{s} et correspondant aux m arêtes touchant le sommet. Ces vecteurs sont choisis de façon à ce que \mathbf{a}_i et \mathbf{a}_{i+1} soient des arêtes d'une même face et que $\mathbf{a}_i \times \mathbf{a}_{i+1}$ soit orienté dans la direction de la normale de cette face. Le cosinus de l'angle ϕ_i pour chacune de ces arêtes se calcule ensuite de la manière suivante :

$$\cos(\phi_i) = \frac{\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{N}(\mathbf{s})}{|\mathbf{a}_i|}.$$

Pour le calcul de θ_i , nous déterminons tout d'abord l'angle fait par la projection de deux arêtes $\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j$ sur le plan ayant comme normale $\mathbf{N}(\mathbf{s})$:

$$\theta_{i,j} = \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j - (\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{N}(\mathbf{s})) (\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{N}(\mathbf{s}))}{\sqrt{(|\mathbf{a}_i|^2 - (\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{N}(\mathbf{s}))^2) (|\mathbf{a}_j|^2 - (\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{N}(\mathbf{s}))^2)}} \right)$$

où le domaine de \cos^{-1} est limité à $[0, \pi]$ si $(\mathbf{a}_i \times \mathbf{a}_j) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{s}) > 0$ et à $[-\pi, 0]$ sinon. On peut maintenant calculer θ_i :

$$\theta_i = \frac{\theta_{i-1,i} + \theta_{i,i+1}}{2}$$

³Ce choix n'est pas arbitraire. En effet, comme les vecteurs normaux à chacune des faces touchant au sommet \mathbf{s} font un produit scalaire positif avec $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ (équation 3.4) on est assuré qu'aucune arête ne sera colinéaire au vecteur de référence. Ainsi, le dénominateur dans le calcul de $\theta_{i,j}$ ne sera jamais nul.

L'angle solide extérieur approximé au sommet, noté $A(\mathbf{s})$, est ensuite obtenu par la somme suivante :

$$A(\mathbf{s}) = \sum_{i=0}^{m-1} \theta_i (1 - \cos(\phi_i)).$$

Une fois $A(\mathbf{s})$ déterminé en chacun des sommets du maillage, on peut interpoler $A(\mathbf{p})$ pour chacun des points \mathbf{p} sur la surface du maillage. Pour ce faire, il suffit d'utiliser les coordonnées barycentriques de \mathbf{p} et la valeur de $A(\mathbf{s})$ en chacun des sommets du triangle qui le contient.

La vitesse d'un point \mathbf{p}_i du front doit maintenant dépendre de l'angle solide extérieur $A(\mathbf{p}_i)$ en ce point. La formule pour trouver le premier multiplicateur de vitesse est la suivante :

$$\text{Mcourb}(\mathbf{p}_i) = \text{mcourb}_{\min} + (\text{mcourb}_{\max} - \text{mcourb}_{\min}) \frac{A(\mathbf{p}_i)}{4\pi}. \quad (3.8)$$

La valeur obtenue pour ce multiplicateur, située entre mcourb_{\min} et mcourb_{\max} , est utilisée pour multiplier la valeur V_{prop} de l'équation 3.7. Ces deux multiplicateurs sont des valeurs fixées par l'utilisateur. Ils sont utilisés pour tous les points du front.

3.5.3 Changement de médium

Nous avons souligné que divers combustibles peuvent être présents sur la surface. Aussi, un changement de combustible peut induire un changement de la vitesse de propagation. Par exemple, le feu se propagera beaucoup plus vite aux endroits où une planche de bois a été recouverte d'essence.

Cette caractéristique peut être implantée assez facilement en associant à chaque point \mathbf{p} de la surface de l'objet à brûler un facteur multiplicatif $M_{\text{medium}}(\mathbf{p})$. Ce facteur affecte la vitesse des points du front. On peut associer $M_{\text{medium}}(\mathbf{p})$ aux points de la surface de plusieurs façons. Par exemple, on peut utiliser une valeur de M_{medium} pour chacune des faces. Il est aussi possible de placer une valeur par sommet et d'effectuer une interpolation pour déterminer $M_{\text{medium}}(\mathbf{p})$ en un point quelconque de la surface. Une dernière technique consiste à déterminer les valeurs de $M_{\text{medium}}(\mathbf{p})$ en utilisant une texture placée sur l'objet.

Dans tous les cas la valeur de $M_{\text{medium}}(\mathbf{p}_i)$ déterminée pour un certain point du front sera utilisée pour multiplier le résultat des équations 3.7 et 3.8. La grandeur finale de la vitesse \mathbf{v}_i dépend donc de l'orientation originale de \mathbf{v}_i ainsi que de la position du

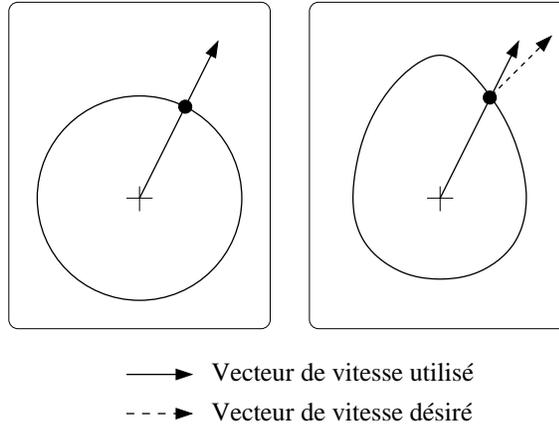


FIG. 3.9: À gauche, propagation uniforme sur une surface plane. À droite, propagation non-uniforme en présence de gravité.

point \mathbf{p}_i associé. Le calcul se fait par la multiplication suivante :

$$S(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i) = M_{\text{medium}}(\mathbf{p}_i) M_{\text{courb}}(\mathbf{p}_i) V_{\text{prop}}(\mathbf{v}_i). \quad (3.9)$$

Cette nouvelle vitesse est associée à chacun des points du front à la fin d'une itération du processus de propagation. Ainsi, la grandeur des vitesses change après chaque pas de temps. La qualité et la précision de la propagation non-uniforme est donc dépendante du pas de temps. Un petit pas de temps engendre un changement plus fréquent des vitesses et ainsi un résultat plus précis.

3.5.4 Obtention de vitesses normales au front

L'application de l'équation 3.9 pose quelques difficultés. En effet, si on applique la propagation uniforme sur une surface plane alors le front de feu reste circulaire, cependant si on applique la propagation non-uniforme alors le front peut prendre une autre forme. Ce changement de forme fait en sorte que les vecteurs de vitesse utilisés en certains points du front ne sont plus valides (voir figure 3.9).

Il est donc nécessaire de corriger l'orientation des vecteurs de vitesse. Pour la vitesse \mathbf{v}_i cette correction peut être effectuée en observant le front au voisinage de \mathbf{p}_i . On sait que \mathbf{p}_i est situé entre les segments \mathcal{S}_{i-1} et \mathcal{S}_i du front. On peut trouver deux vecteurs situés sur la face contenant \mathbf{p}_i et normaux respectivement à \mathcal{S}_{i-1} et \mathcal{S}_i . La moyenne de ces deux vecteurs pointe dans une direction localement normale au front qui permettra de réaliser une propagation plus adéquate du feu. Le calcul de cette nouvelle

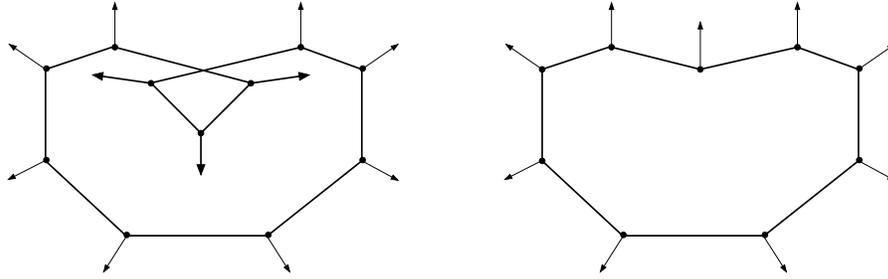


FIG. 3.10: À gauche, croisement du front et nouvelles orientations des vitesses erronnées. À droite, croisement de front corrigé et vitesses adéquates.

orientation peut être effectué après chaque pas de propagation et avant l'application de l'équation 3.9.

L'implantation directe de cette technique pose quelques problèmes. En effet, le croisement du front de feu peut produire des orientations de vitesses éronnées. La figure 3.10 montre un croisement de front engendrant des vitesses dirigées vers l'intérieur du volume déjà brûlé. Comme nous n'avons pas implanté la détection et la correction des croisements de front dans le cadre de cette maîtrise (voir section 7.1.2), le calcul des nouvelles orientations s'est avéré très instable. Nous ne modifions donc pas l'orientation des vitesses dans les exemples de propagation non-uniforme présentés plus loin. Nous croyons cependant que la technique décrite dans cette section est susceptible de donner de bons résultats si elle est combinée avec un algorithme efficace de détection et de correction de croisements.

Chapitre 4

Mouvement du feu

Le chapitre précédent décrivait la technique permettant de simuler la propagation du feu sur une surface. Nous décrivons maintenant comment les flammes sont produites à partir de ce front de feu et comment nous animons le feu de façon à obtenir un résultat réaliste et facile à contrôler.

Ici aussi nous pouvons opter pour les diverses techniques d'animation énoncées à la section 1.1.3. Cependant, vu le grand nombre de flammes composant le feu et leur apparence complexe, il serait très difficile de toutes les animer par *keyframing*. La simulation par un modèle physique et chimique, quant à elle, implique des lois non-linéaires difficilement résolubles, comme les équations de Navier-Stokes. Des solutions à ce genre de problème ont déjà été proposées [FM97]. Cependant, ces solutions sont générales et risquent de ne pas donner de très bons résultats si on les adapte aux effets de feu.

Nous avons donc ici aussi opté pour une approche hybride inspirée de la physique. Nous identifions tout d'abord les principales caractéristiques visuelles présentes dans l'animation du feu. Ensuite nous proposons une technique qui est en mesure de réaliser cette animation tout en considérant chacun des facteurs visuels identifiés. Cette technique, bien que physiquement non valide, se rapproche visuellement du phénomène réel vu le caractère chaotique de ce dernier.

4.1 Éléments visuels importants de l'animation du feu

Une première caractéristique observable est que le feu s'apparente d'assez près à un ensemble de flammes. Ces flammes sont toutes liées à la surface et leurs points d'attache ne se déplacent pas au cours du temps.

On peut aussi remarquer que les flammes sont dirigées contre la gravité. Dans le cas où la surface est orientée vers le bas, la flamme lèche l'objet en tentant d'emprunter un chemin ascendant. Aussi, la densité surfacique de flammes est plus grande sur les surfaces orientées vers le haut. On observe finalement que les flammes sont plus longues lorsque leur densité est plus grande.

La durée de vie des flammes dépend de la quantité de combustible. Lorsqu'une nouvelle flamme apparaît elle est petite et s'allonge jusqu'à atteindre une longueur maximale. Quand le combustible se raréfie, la longueur diminue puis la flamme s'éteint complètement.

Le mouvement du feu, quant à lui, comporte aussi plusieurs éléments visuels importants. On remarque entre autres que le mouvement d'oscillation horizontal des flammes est faible s'il n'y a pas de vent. Ce mouvement devient plus important et plus turbulent si la force du vent augmente, les flammes auront aussi tendance à se diriger dans la direction du vent. Aussi, on peut observer une corrélation dans le déplacement horizontal de flammes rapprochées. L'allongement périodique des flammes, quant à lui, est chaotique et ne semble pas corrélé entre les flammes voisines. Finalement, on remarque que lorsque la longueur d'une flamme diminue brusquement, une flamme plus petite peut se détacher et se déplacer vers le haut.

Dans un premier temps, nous ne nous intéressons pas à l'animation de la forme générale du feu. Nous considérerons ce facteur dans le prochain chapitre. Nous négligeons aussi l'effet de la turbulence créée par le réchauffement de l'air et les aspérités de la surface.

4.2 Représentation du feu

Pour être en mesure d'animer le feu, nous devons tout d'abord nous doter d'un objet géométrique le représentant. Une représentation du feu par un système de particules a été souvent proposée [COMM94, PP94]. Nous avons cependant opté pour une

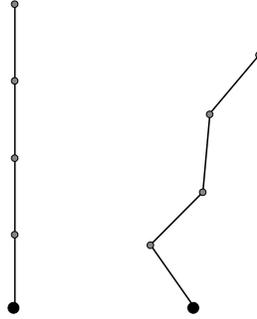


FIG. 4.1: Deux représentations de squelettes de flammes.

autre approche dans laquelle le feu est représenté par un ensemble de flammes. Cette approche a été choisie parce qu'elle capture la caractéristique visuelle selon laquelle le feu s'apparente à un groupe de flammes. De plus, cette représentation offre certaines caractéristiques intéressantes quant au contrôle de l'animation et permet d'animer des flammes uniques, comme une flamme de chandelle.

Chaque flamme possède plusieurs caractéristiques, nous avons choisi de ne considérer que les suivantes : le point d'attache, la longueur, l'orientation et la déformation. Pour capturer ces caractéristiques, nous représentons la flamme par un squelette composé d'une série de segments de lignes mis bout à bout (voir figure 4.1). Le premier point du squelette représente le point d'attache de la flamme. La longueur de la courbe constitue la longueur de la flamme. La droite de régression de la série peut être considérée comme l'orientation moyenne. Finalement, l'écart entre chaque point et la droite de régression représente la déformation de la flamme.

Une flamme unique se définit par son squelette au repos. Celui-ci est représenté par la séquence de s points suivante :

$$\mathcal{F}_{\text{repos}} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{s-1}). \quad (4.1)$$

Nous verrons comment déterminer le squelette au repos dans la section 4.5. Les autres facteurs influençant le mouvement d'une flamme unique sont le temps courant t , le temps t_0 auquel la flamme s'est formée et la quantité $C_{\mathbf{r}_0}(t)$ de combustible au point d'attache au temps t . Certains autres paramètres globaux affectant l'animation seront aussi introduits. Le squelette au repos est à la base de l'animation d'une flamme. Cette animation est produite en générant des squelettes à chaque pas de temps. Nous notons

de la façon suivante le squelette de la flamme au temps t :

$$\mathcal{F}(t) = (\mathbf{f}_0(t), \mathbf{f}_1(t), \dots, \mathbf{f}_{s-1}(t)). \quad (4.2)$$

Il est important de noter que le squelette au repos n'est pas équivalent au squelette au temps 0, autrement dit $\mathcal{F}_{\text{repos}} \neq \mathcal{F}(0)$.

4.3 Animation du squelette d'une flamme unique

Le squelette au repos d'une flamme doit maintenant être animé de façon à reproduire le mouvement turbulent et chaotique du feu. Nous présentons ici une technique permettant de déterminer les modifications temporelles que doit subir ce squelette.

4.3.1 Cycle de vie d'une flamme

Comme mentionné à la section 4.1, une flamme s'éteindra lorsque le combustible local sera complètement épuisé. De plus, la longueur d'une flamme varie au cours de sa durée de vie. Nous proposons ici une fonction $H(t) : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ représentant une fraction de la longueur de la flamme au repos. Cette fonction dépend du temps t_0 auquel la flamme est apparue ainsi que de la quantité de combustible $C_{\mathbf{r}_0}(t)$ au point d'attache de la flamme. Nous utilisons aussi les constantes suivantes :

- t_h : durée nécessaire pour qu'une flamme atteigne sa pleine longueur,
- c_0 : quantité de combustible à partir de laquelle la longueur diminue,
- β_{app} : constante supérieure à 0 permettant de contrôler l'apparition,
- β_{disp} : constante supérieure à 0 permettant de contrôler la disparition.

La fonction $H(t)$ devient donc :

$$H(t) = \min\left(\frac{(t-t_0)}{t_h}, 1\right)^{\beta_{\text{app}}} \min\left(\frac{C_{\mathbf{r}_0}(t)}{c_0}, 1\right)^{\beta_{\text{disp}}}. \quad (4.3)$$

La variation de la quantité de combustible au cours du temps, permettant de calculer la fonction $C_{\mathbf{r}_0}(t)$, est présentée à la section 4.6. On peut retirer le squelette de la flamme lorsque $C_{\mathbf{r}_0}(t)$ devient nul et que $t > t_0$. En observant l'équation 4.3 on remarque que le facteur est nul au temps t_0 ainsi que lorsque $C_{\mathbf{r}_0}(t) = 0$. La flamme n'apparaîtra et ne disparaîtra donc pas brusquement.

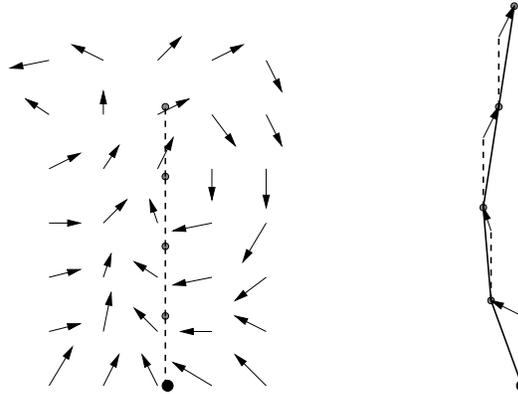


FIG. 4.2: Flamme dans un champ vectoriel à gauche et modifiée à droite par l'application des translations.

4.3.2 Déformation d'une flamme

Une des caractéristiques visuelles les plus importantes liée au feu est son caractère turbulent et chaotique. Pour saisir cet aspect, nous devons déformer chaque flamme au cours du temps. La technique que nous proposons saisit les différents aspects énumérés à la section 4.1. Cette technique requiert une fonction de bruit bornée, uniforme et isotrope $\mathbf{B} : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Nous pouvons construire \mathbf{B} en utilisant un bruit de Perlin [Per85].

L'ensemble $\mathbf{B}(\mathbb{R}^3, t)$ correspond à un champ vectoriel dans l'espace au temps t . Ce champ peut permettre d'induire une translation à chacun des points de l'espace. Nous l'utilisons pour modifier le squelette des flammes en fonction du temps. La figure 4.2 illustre cette technique.

Il nous faut maintenant modifier \mathbf{B} de façon à obtenir \mathbf{B}' une fonction de bruit non-uniforme dépendant des critères visuels identifiés. Ces critères indiquent tout d'abord que l'on doit distinguer la composante verticale de la composante horizontale du bruit. Pour ce faire nous utilisons le vecteur de gravité normalisé \mathbf{g} . Notons la composante verticale \mathbf{B}_v et la composante horizontale \mathbf{B}_h :

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_v(\mathbf{x}, t) &= (\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{g})\mathbf{g}, \\ \mathbf{B}_h(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{B}_v(\mathbf{x}, t).\end{aligned}$$

La fonction \mathbf{B}' est donc la somme d'une composante verticale et d'une composante horizontale avec différentes fréquences temporelles et spatiales. L'amplitude et la

fréquence temporelle du bruit horizontal dépendent de la direction et de la force du vent \mathbf{v} . Plus le vent est horizontal et fort, plus l'amplitude et la fréquence devront être élevées. Notons v le scalaire contrôlant ces facteurs :

$$v = |\mathbf{v}|(|\mathbf{v}| - |\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}|).$$

Les facteurs $a_{v_{\min}}$, $a_{v_{\max}}$, $a_{h_{\min}}$ et $a_{h_{\max}}$ déterminent respectivement les amplitudes minimales et maximales des mouvements verticaux et horizontaux. Les facteurs $f_{v_{\min}}$, $f_{v_{\max}}$, $f_{h_{\min}}$ et $f_{h_{\max}}$ modifient quant à eux les fréquences temporelles minimales et maximales des mouvements verticaux et horizontaux. Les amplitudes et fréquences seront minimales si le vent est nul et deviendront plus grandes si le scalaire v augmente. Si la norme de \mathbf{v} est supérieure à 1, les amplitudes et fréquences pourront même dépasser leur valeur maximale. On calcule donc :

$$\begin{aligned} a_v &= (a_{v_{\min}} + v(a_{v_{\max}} - a_{v_{\min}})) \\ a_h &= (a_{h_{\min}} + v(a_{h_{\max}} - a_{h_{\min}})) \\ f_v &= (f_{v_{\min}} + v(f_{v_{\max}} - f_{v_{\min}})) \\ f_h &= (f_{h_{\min}} + v(f_{h_{\max}} - f_{h_{\min}})). \end{aligned}$$

La constante $f_{v_{\text{spat}}}$ permet de contrôler la fréquence spatiale du bruit vertical. Ce facteur permet d'augmenter le caractère chaotique du mouvement. Si sa valeur est grande alors le mouvement est plus désordonné. Le facteur $f_{h_{\text{spat}}}$ indique la fréquence spatiale du bruit horizontal. Si la valeur est faible, les flammes rapprochées auront ont un mouvement horizontal corrélé.

Voici le calcul de \mathbf{B}' :

$$\mathbf{B}'(\mathbf{x}, t) = a_v \mathbf{B}_v(f_{v_{\text{spat}}} \mathbf{x}, f_v t) + a_h \mathbf{B}_h(f_{h_{\text{spat}}} \mathbf{x}, f_h t). \quad (4.4)$$

Cette fonction peut maintenant être utilisée pour modifier les flammes. Posons $(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{s-1})$ les s points du squelette de la flamme \mathcal{F} au repos. Remarquons tout d'abord que ces points sont dépendants les uns des autres. Par exemple, si le bas d'une flamme se déplace, le haut se déplacera aussi. Pour conserver cette dépendance notre technique itère à partir du point \mathbf{r}_0 jusqu'au dernier point. Trouvons donc $\mathcal{F}(t) = (\mathbf{f}_0(t), \mathbf{f}_1(t), \dots, \mathbf{f}_{s-1}(t))$ le squelette de cette flamme au temps t .

Le point d'attache \mathbf{r}_0 n'est jamais modifié :

$$\mathbf{f}_0(t) = \mathbf{r}_0. \quad (4.5)$$

La position du i -ème point du squelette au temps t dépend du point précédent $\mathbf{f}_{i-1}(t)$ ainsi que de la distance au repos entre le point \mathbf{r}_i et le point \mathbf{r}_{i-1} . Cette distance est représentée par le vecteur $\mathbf{d}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}$. La position dépend finalement du facteur $H(t)$ de l'équation 4.3 et de la fonction de bruit modifiée :

$$\mathbf{f}_i(t) = \mathbf{f}_{i-1}(t) + H(t) \mathbf{d}_i + H(t) |\mathbf{d}_i| \mathbf{B}'(\mathbf{f}_{i-1}(t) + H(t) \mathbf{d}_i, t). \quad (4.6)$$

Les équations 4.5 et 4.6 nous permettent maintenant de déterminer exactement la position de tous les points du squelette au temps t .

4.4 Détachement de flammes

Comme mentionné à la section 4.1, des flammes indépendantes auront tendance à se détacher si un rétrécissement brusque se produit lors de l'animation d'une flamme. Nous expliquons maintenant comment détecter cette condition et comment contrôler les flammes libres.

4.4.1 Formation d'une flamme libre

Nous devons tout d'abord déterminer si le mouvement de la flamme est brusque ou non. Pour ce faire, nous utilisons la vitesse de déplacement du point final de la flamme \mathbf{f}_{s-1} . Si nous fixons deux seuils de vitesse ν_{\min} et ν_{\max} , nous dirons qu'une flamme se rétrécit trop brusquement si :

$$\frac{\mathbf{f}_{s-1}(t + \Delta t) - \mathbf{f}_{s-1}(t)}{\Delta t} \cdot \mathbf{g} > \nu_{\max} \quad (4.7)$$

et qu'elle a un mouvement assez doux si :

$$\frac{\mathbf{f}_{s-1}(t + \Delta t) - \mathbf{f}_{s-1}(t)}{\Delta t} \cdot \mathbf{g} < \nu_{\min}. \quad (4.8)$$

Ces conditions ne sont cependant pas suffisantes pour libérer une flamme. En effet, imaginons qu'une flamme se rétrécisse trop brusquement pendant 200 ms. Si le pas de temps est de 100 ms, deux flammes libres seront générées alors que s'il est de 50 ms, quatre flammes se détacheront.

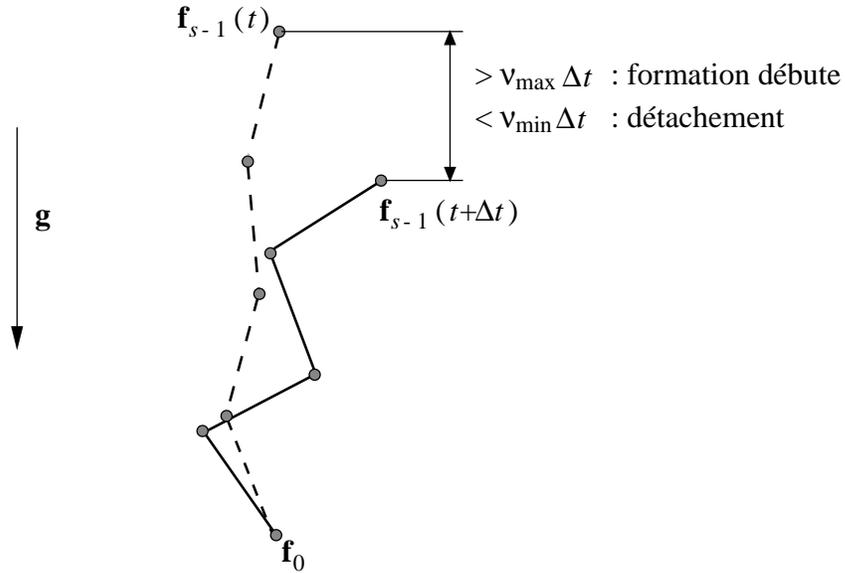


FIG. 4.3: Critères de début et de fin de formation d'une flamme libre.

Pour que notre technique soit indépendante du pas de temps, nous distinguons l'instant où la flamme libre commence à se former et l'instant où elle se détache. La flamme commence à se former lorsque la condition 4.7 est vérifiée et se détache lorsque la condition 4.8 est vérifiée. La flamme peut aussi se détacher si le temps de formation est trop grand. Le paramètre t_{\max} permet d'indiquer le temps de formation maximal d'une flamme. La figure 4.3 et l'algorithme 2 montrent comment déterminer à quel moment une flamme libre commence à se former et à quel moment elle se détache.

4.4.2 Animation d'une flamme en formation

Lorsqu'une flamme libre commence à se former, il est nécessaire de déterminer son squelette. De cette façon, la flamme subit des déformations et s'anime avant même qu'elle ne se soit complètement détachée. Nous montrons maintenant comment calculer l'évolution temporelle du squelette de la flamme en formation. On note t_c le temps auquel la flamme libre commence à se former et t_d le temps auquel elle se détache. Les formules présentées dans cette section doivent être utilisées pour un temps $t_c \leq t < t_d$.

Tout d'abord, nous commençons à former une flamme libre \mathcal{F}' dont nous notons le squelette au repos $\mathcal{F}'_{\text{repos}}(t) = (\mathbf{r}'_0(t), \mathbf{r}'_1(t), \dots, \mathbf{r}'_{s-1}(t))$. Contrairement aux flammes de surface, le squelette au repos de la flamme libre changera au cours du temps. Il sera

Algorithme 2: Formation et détachement de flammes libres.

```

Données :  $\Delta t$  : Pas de temps
              $\mathcal{F}$  : Squelette de la flamme visée
              $\mathcal{F}(t)[s-1]$  : Position du dernier point du squelette en fonction du temps.

 $t = 0$  ;
 $t' = -1$  ;
répéter
  | // Copier le dernier point du squelette courant
  |  $\mathbf{f} = \mathcal{F}(t)[s-1]$  ;
  |  $t = t + \Delta t$  ;
  | si  $t' = -1$  et  $(\mathcal{F}(t)[s-1] - \mathbf{f}) \cdot \mathbf{g} > \nu_{\max} \Delta t$  alors
  |   |  $t' = t$  ;
  |   | Commencer à former une flamme libre ;
  | sinon si  $t' \neq -1$  et  $((\mathcal{F}(t)[s-1] - \mathbf{f}) \cdot \mathbf{g} < \nu_{\min} \Delta t$  ou  $t - t' > t_{\max})$  alors
  |   | Détacher la flamme libre ;
  |   |  $t' = -1$  ;
  | fin
jusqu'à la fin de la simulation ;

```

cependant toujours complètement défini par son premier point $\mathbf{r}'_0(t)$, son dernier point $\mathbf{r}'_{s-1}(t)$ et une séquence invariable de facteurs k_1, k_2, \dots, k_{s-2} indiquant où placer les points internes du squelette (voir section 4.5.3). Tant que la flamme n'est pas détachée, nous plaçons \mathbf{r}'_0 au bout de la flamme \mathcal{F} :

$$\mathbf{r}'_0(t) = \mathbf{f}_{s-1}(t). \quad (4.9)$$

L'orientation de la flamme $\mathcal{F}'_{\text{repos}}$ en formation suit celle de la flamme $\mathcal{F}_{\text{repos}}$, soit $\mathbf{r}_{s-1} - \mathbf{r}_0$. La longueur de $\mathcal{F}'_{\text{repos}}$ est fixée à 1, elle sera modifiée ultérieurement par la fonction $H'(t)$. Le dernier point du squelette au repos est donc :

$$\mathbf{r}'_{s-1}(t) = \mathbf{r}'_0(t) + \frac{\mathbf{r}_{s-1} - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r}_{s-1} - \mathbf{r}_0|}. \quad (4.10)$$

En utilisant les équations 4.9 et 4.10 et en fixant la séquence invariable k_1, k_2, \dots, k_{s-2} , on peut obtenir le squelette au repos au temps t de la flamme libre :

$$\mathcal{F}'_{\text{repos}}(t) = \left(\mathbf{r}'_0(t), (1-k_1)\mathbf{r}'_0(t) + k_1\mathbf{r}'_{s-1}(t), \dots, \mathbf{r}'_{s-1}(t) \right). \quad (4.11)$$

Une fonction $H'(t)$ permet maintenant de modifier la longueur de la flamme en formation. Cette fonction est déterminée par deux facteurs : le temps $t - t_c$ écoulé depuis la création de la flamme libre, et la diminution de longueur de la flamme originale \mathcal{F} . Le calcul est le suivant :

$$H'(t) = (1 + t - t_c) (\mathbf{f}_{s-1}(t) - \mathbf{f}_{s-1}(t_c)) \cdot \mathbf{g}.$$

Une fois $\mathcal{F}'_{\text{repos}}(t)$ et $H'(t)$ déterminés, nous pouvons animer le squelette de la flamme en formation pour obtenir $\mathcal{F}'(t)$. Ce squelette subit la transformation du champ vectoriel de bruit de l'équation 4.4 de la même façon qu'une flamme normale. Si on définit le vecteur $\mathbf{d}'_i(t) = \mathbf{r}'_i(t) - \mathbf{r}'_{i-1}(t)$, le calcul de $\mathcal{F}'(t)$ est semblable aux équations 4.5 et 4.6 :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}'_0(t) &= \mathbf{r}'_0(t), \\ \mathbf{f}'_i(t) &= \mathbf{f}'_{i-1}(t) + H'(t) \mathbf{d}'_i(t) + H'(t) |\mathbf{d}'_i(t)| \mathbf{B}'(\mathbf{f}'_{i-1}(t) + H'(t) \mathbf{d}'_i(t), t). \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.4.3 Animation d'une flamme détachée

Nous montrons maintenant comment procéder à l'animation d'une flamme après son détachement. Les formules présentées ici doivent être utilisées pour un temps $t \geq t_d$. Elles peuvent être utilisées jusqu'à la disparition complète de la flamme libre.

Au moment t_d où la flamme libre se détache, le point \mathbf{r}'_0 arrête de suivre \mathbf{f}_{s-1} . Il se dirige alors contre la gravité et subit une accélération constante déterminée par g_{acc} . La longueur et l'orientation de la flamme au repos ne changent pas :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}'_0(t) &= \mathbf{r}'_0(t_d) - g_{\text{acc}} (t - t_d)^2 \mathbf{g}, \\ \mathbf{r}'_{s-1}(t) &= \mathbf{r}'_0(t) + \frac{\mathbf{r}_{s-1} - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r}_{s-1} - \mathbf{r}_0|}. \end{aligned}$$

Le squelette au repos $\mathcal{F}'_{\text{repos}}(t)$ s'obtient en utilisant les nouvelles valeurs de $\mathbf{r}'_0(t)$ et $\mathbf{r}'_{s-1}(t)$ dans l'équation 4.11.

La fonction $H'(t)$ affectant la longueur après le détachement est indépendante du mouvement de la flamme originale. La flamme s'allonge tout d'abord pendant un certain temps t'_h jusqu'à atteindre une longueur de l'_{max} puis elle rétrécit jusqu'à 0. À ce moment, la flamme libre s'éteint et on ne la considère plus. La fonction que nous utilisons est :

$$H'(t) = H'(t_d) + \frac{l'_{\text{max}} - H'(t_d)}{t'_h} \left(2(t - t_d) - \frac{(t - t_d)^2}{t'_h} \right).$$

Encore une fois, on utilise $\mathcal{F}'_{\text{repos}}(t)$ et $H'(t)$ pour déterminer l'animation de la flamme après son détachement. Pour ce faire, nous utilisons l'équation 4.12 avec les formules nouvellement définies.

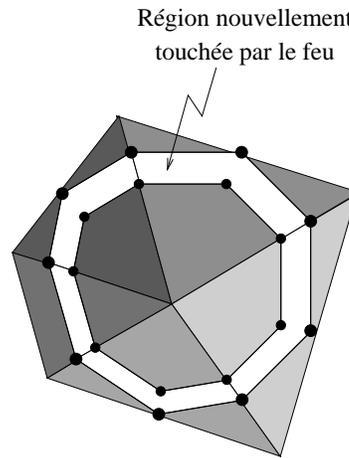


FIG. 4.4: Portion de la surface atteinte par le feu en un pas de temps.

4.5 Création des flammes

Jusqu'à maintenant nous avons montré comment animer une flamme unique. Cette animation requiert que chaque flamme possède un squelette au repos. Nous montrons maintenant comment déterminer les points de ce squelette pour des flammes issues de la propagation du feu le long d'un objet.

4.5.1 Calcul du point d'attache

Dans un premier temps, il est nécessaire de décider à quels points de la surface nous associons des flammes. Pour ce faire, nous utilisons le front de feu défini au chapitre 3. La partie intérieure de ce front représente la surface où des flammes devraient déjà être présentes. Lorsqu'un pas de temps de propagation est effectué, la région intérieure augmente. Il suffit maintenant de placer les nouvelles flammes dans la région séparant le nouveau front de feu de celui du pas de temps précédent. La figure 4.4 montre cette région.

Pour placer des flammes dans cette région, nous itérons à travers les n segments $(\mathcal{S}_0(t), \mathcal{S}_1(t), \dots, \mathcal{S}_{n-1}(t))$ composant le front de feu avant le pas de temps. Chacun des segments balaie une partie de la surface de l'objet entre les temps t et $t + \Delta t$. Nous allons maintenant générer un certain nombre de flammes dans la région balayée par \mathcal{S}_i .

Tout d'abord, nous calculons la densité de flammes pour \mathcal{S}_i . Cette densité, comme mentionné dans la section 4.1, dépend de l'orientation de la surface. Une surface orientée vers le haut aura une plus grande densité de flammes qu'une surface orientée vers le bas.

Pour estimer la densité de flammes, considérée constante sur toute la région balayée par \mathcal{S}_i , nous utilisons le produit scalaire entre le vecteur de gravité normalisé \mathbf{g} et la normale à la face contenant \mathcal{S}_i soit $\mathbf{N}(F(\mathcal{S}_i))$. Deux constantes, d_{\min} et d_{\max} contrôlent respectivement la densité minimale et maximale. Le calcul de la densité d_i se fait de la façon suivante :

$$d_i = d_{\min} + \frac{d_{\max} - d_{\min}}{2} \left(1 - \mathbf{g} \cdot \mathbf{N}(F(\mathcal{S}_i)) \right). \quad (4.13)$$

Il est maintenant nécessaire de calculer l'aire de la surface balayée par le déplacement du segment \mathcal{S}_i au cours du pas de temps. Cette valeur est approximée par a_i , l'aire du polygone suivant :

$$\left(\mathbf{p}_i(t), \mathbf{p}_i(t) + \Delta t \mathbf{v}_i(t), \mathbf{p}_{i+1}(t) + \Delta t \mathbf{v}_{i+1}(t), \mathbf{p}_{i+1}(t) \right).$$

On s'assure que \mathbf{v}_i et \mathbf{v}_{i+1} sont sur une même face en transformant l'une ou l'autre des vitesses avec l'équation 3.5 si nécessaire. Le calcul de a_i devient donc :

$$a_i = \frac{1}{2} \left(\left| \Delta t \mathbf{v}_i(t) \times (\mathbf{p}_{i+1}(t) - \mathbf{p}_i(t)) \right| + \left| (\mathbf{p}_i(t) + \Delta t \mathbf{v}_i(t) - \mathbf{p}_{i+1}(t)) \times \Delta t \mathbf{v}_{i+1}(t) \right| \right). \quad (4.14)$$

Une fois la densité et l'aire connues, le produit $d_i a_i$ est un estimé du nombre de flammes qui devront être générées. Ce nombre peut cependant être fractionnaire et, pour obtenir de bons résultats même lorsque l'aire a_i est très petite, on doit réaliser le calcul suivant : soit x un nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1, on trouve m_i le nombre de flammes à générer sur la région balayée par \mathcal{S}_i ,

$$m_i = \begin{cases} \lfloor d_i a_i \rfloor & \text{si } x \geq d_i a_i - \lfloor d_i a_i \rfloor, \\ \lceil d_i a_i \rceil & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.15)$$

Il est maintenant nécessaire de calculer un point d'attache pour chacune de ces m_i flammes. Ce point d'attache doit se trouver dans la région balayée par \mathcal{S}_i entre les temps t et $t + \Delta t$. On tire donc aléatoirement une valeur de α entre 0 et 1 que l'on utilise pour trouver $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t)$, un point sur $\mathcal{S}_i(t)$. On fait ensuite progresser ce point pendant un temps Δt_0 choisi aléatoirement entre 0 et Δt . Le point $\mathbf{p}_{i+\alpha}(t + \Delta t_0)$ devient le point d'attache d'une flamme. En répétant cette opération m_i fois, on aura trouvé les points d'attache de chaque flamme à générer. Ces points ne seront cependant pas distribués de façon uniforme dans le quadrilatère. En effet, si la longueur de \mathcal{S}_i augmente dans

l'intervalle de temps, la densité sera plus grande près de $\mathcal{S}_i(t)$ et plus petite près de $\mathcal{S}_i(t + \Delta t)$. Ce sera le contraire si la longueur de \mathcal{S}_i diminue.

Cette technique de calcul du nombre de flammes et de leurs points d'attache peut donc donner de mauvais résultats si le pas de temps de propagation est trop élevé. En effet, si l'augmentation du front est trop importante lors d'un intervalle Δt , l'estimé a_i de l'aire balayée par \mathcal{S}_i est fortement biaisé. La disposition des points d'attache sera elle aussi erronée car la technique utilisée suppose que la grandeur de \mathcal{S}_i ne change que très peu dans l'intervalle de temps.

4.5.2 Orientation et longueur

Une fois le point d'attache d'une flamme déterminé, il est nécessaire de calculer son orientation et sa longueur. Comme mentionné dans la section 4.1, ces critères dépendent respectivement de l'orientation de la surface et de la densité locale de flammes. Supposons que la flamme soit située en un point \mathbf{r}_0 de la surface de l'objet, nous calculons son orientation au repos \mathbf{r} de la façon suivante :

$$\mathbf{r} = \begin{cases} -\mathbf{g} & \text{si } \mathbf{g} \cdot \mathbf{N}(\mathbf{r}_0) < 0, \\ \ell_1 \left((\mathbf{g} \cdot \mathbf{N}(\mathbf{r}_0)) \mathbf{N}(\mathbf{r}_0) - \mathbf{g} \right) & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.16)$$

Cette orientation utilise le vecteur allant contre la gravité si la face est orientée vers le haut et elle utilise la projection de $-\mathbf{g}$ sur cette face si elle est orientée vers le bas. La valeur ℓ_1 est choisie de façon à normaliser \mathbf{r} . Cette fonction est mal définie quand $\mathbf{g} = \mathbf{N}(\mathbf{r}_0)$, dans ce cas on choisit aléatoirement un vecteur \mathbf{r} perpendiculaire à \mathbf{g} . La figure 4.5 illustre le choix de l'orientation.

Le calcul de la longueur au repos de la flamme se fait en estimant la densité de flammes. Comme cette densité dépend directement de l'orientation de la surface, nous utilisons une variante de l'équation 4.13. Deux constantes l_{\min} et l_{\max} déterminent respectivement la longueur minimale et maximale d'une flamme. Le facteur β_l permet de rendre le changement non linéaire et d'obtenir des effets différents. L'équation décrivant la longueur au repos l d'une flamme au point \mathbf{r}_0 est :

$$l = l_{\min} + (l_{\max} - l_{\min}) \left(\frac{1 - \mathbf{g} \cdot \mathbf{N}(\mathbf{r}_0)}{2} \right)^{\beta_l}. \quad (4.17)$$

Les valeurs de \mathbf{r} et l sont des caractéristiques permanentes et ne varient pas tant que l'objet ou la gravité ne sont pas modifiés.

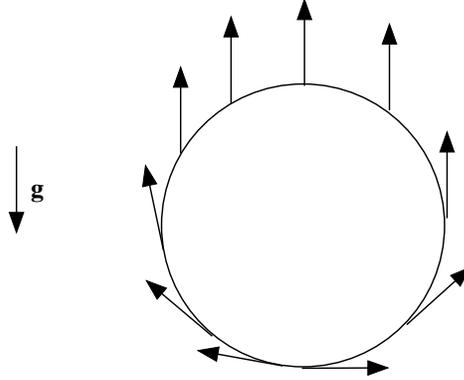


FIG. 4.5: Diverses orientations de flammes placées en périphérie d'une sphère.

4.5.3 Squelette au repos

Nous devons maintenant choisir quelle série de points représente le squelette d'une flamme au repos. Tous les points sont placés le long d'un segment de droite. Le premier point de ce segment est le point d'attache de la flamme alors que le dernier point dépend de l'orientation \mathbf{r} (équation 4.16), de la longueur l (équation 4.17) et de la direction et de la force du vent \mathbf{v} . Soit une flamme attachée au point \mathbf{r}_0 , nous calculons le dernier point du segment $\mathbf{r}_{s-1} = \mathbf{r}_0 + l(\mathbf{r} + \mathbf{v})$. Cette flamme est donc décrite par le squelette au repos suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\text{repos}} &= (\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{s-1}) \\ &= (\mathbf{r}_0, (1-k_1)\mathbf{r}_0 + k_1\mathbf{r}_{s-1}, (1-k_2)\mathbf{r}_0 + k_2\mathbf{r}_{s-1}, \dots, \mathbf{r}_{s-1}) \end{aligned}$$

avec les k_i choisis dans l'intervalle ouvert $(0, 1)$. Ces facteurs k_i déterminent le squelette interne. Celui-ci doit être assez complet pour capturer les déformations susceptibles de se produire sur la flamme. Cependant, il doit rester assez simple pour ne pas augmenter inutilement le temps de calcul. Nous avons remarqué que les déformations se produisent surtout aux extrémités de la flamme, c'est donc là que nous utilisons plus de points.

4.6 Combustible

Nous avons vu, à la section 4.3.1, que le cycle de vie d'une flamme est dépendant de la quantité de combustible au point d'attache de la flamme. Nous montrons maintenant comment calculer la quantité originale de combustible en chacun des points de la surface du maillage. Nous indiquons aussi comment modifier cette quantité au cours du temps.

4.6.1 Calcul du combustible original

Nous devons tout d'abord calculer la quantité de combustible en chacun des points du maillage au début de la simulation. Pour ce faire, nous fixons un paramètre $c_{\text{densité}}$ indiquant la densité surfacique originale de combustible. Nous plaçons ensuite une certaine quantité de combustible sur chacune des faces du maillage. Soit une face représentée par un triangle non-dégénéré \mathcal{T} , on note $C_{\mathcal{T}}(t)$ la quantité de combustible sur cette face au temps t . Si les sommets de \mathcal{T} sont \mathbf{t}_0 , \mathbf{t}_1 et \mathbf{t}_2 , et que l'on note \mathbf{t}_{01} et \mathbf{t}_{02} les vecteurs $\mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_0$ et $\mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_0$ respectivement, alors la quantité de combustible placée sur \mathcal{T} au temps 0 est :

$$C_{\mathcal{T}}(0) = c_{\text{densité}} |\mathbf{t}_{01} \times \mathbf{t}_{02}|$$

soit une quantité proportionnelle à l'aire du triangle.

Pour permettre une interpolation du combustible le long de la surface, et ainsi obtenir des résultats plus intéressants, la quantité $C_{\mathcal{T}}(t)$ est répartie sur chacun des sommets de la face. Un sommet donné du triangle reçoit une quantité de combustible proportionnelle à l'angle en ce sommet. Par exemple la quantité de combustible au sommet \mathbf{t}_0 , notée $C_{\mathbf{t}_0}(t)$, se calcule de la façon suivante :

$$C_{\mathbf{t}_0}(t) = \frac{C_{\mathcal{T}}(t) \angle \mathbf{t}_0}{\pi}.$$

Dans cette dernière formule, l'angle au sommet \mathbf{t}_0 , noté $\angle \mathbf{t}_0$, se trouve entre 0 et π . On peut calculer cet angle de la façon suivante :

$$\angle \mathbf{t}_0 = \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{t}_{01} \cdot \mathbf{t}_{02}}{|\mathbf{t}_{01}| |\mathbf{t}_{02}|} \right).$$

La quantité de combustible en un point \mathbf{p} se trouve maintenant en effectuant l'interpolation en ce point. Pour ce faire, nous utilisons les coordonnées barycentriques de \mathbf{p} relativement à la face représentée par le triangle \mathcal{T} . Ces coordonnées sont notées $(B_0(\mathbf{p}), B_1(\mathbf{p}), B_2(\mathbf{p}))$ et sont associées respectivement aux sommets \mathbf{t}_0 , \mathbf{t}_1 et \mathbf{t}_2 . Le combustible en un point \mathbf{p} situé sur la face est donc :

$$C_{\mathbf{p}}(t) = B_0(\mathbf{p}) C_{\mathbf{t}_0}(t) + B_1(\mathbf{p}) C_{\mathbf{t}_1}(t) + B_2(\mathbf{p}) C_{\mathbf{t}_2}(t)$$

4.6.2 Variation de combustible

À chaque pas de temps, la quantité de combustible sur les faces touchées par le feu doit diminuer. Cette diminution doit être plus rapide si la densité locale de flammes est

élevée et plus lente si cette densité est basse. Pour parvenir à ce résultat, chaque flamme sur la face représentée par le triangle \mathcal{T} contribue à diminuer $C_{\mathcal{T}}(t)$. Pour une seule flamme cette diminution, proportionnelle au pas de temps, est égale à $\Delta t c_{\text{dim}}$. Dans cette formule, c_{dim} est une constante permettant de contrôler le taux de diminution du carburant. Il serait possible de complexifier cette équation pour que la diminution de carburant soit dépendante de la longueur des flammes, mais cela ne s'est pas avéré nécessaire en pratique.

Comme mentionné à la section précédente, le carburant sur une face triangulaire est distribué sur chacun des sommets du triangle. Pour éviter de faire cette redistribution à chaque pas de temps, la diminution de carburant due à une flamme est immédiatement répartie sur chacun des sommets. L'algorithme 3 montre comment calculer le combustible initial et comment le diminuer à chaque pas de temps.

Algorithme 3: Calcul du combustible sur la surface de l'objet.

```

Données :  $\Delta t$  : Pas de temps
            $\mathcal{M}$  : Objet sur lequel on calcule le combustible

// Description de quelques variables :
//  $\mathcal{T}$  : Triangle de sommets  $\mathbf{t}_0, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2$  associé à une face de l'objet
//  $C_{\mathcal{T}}$  : Quantité initiale de combustible sur  $\mathcal{T}$ .
//  $C_s$  : Quantité actuelle de combustible au sommet  $s$  de l'objet.

pour chaque sommet  $s$  de  $\mathcal{M}$  faire  $C_s = 0$  ;
pour chaque face triangulaire  $\mathcal{T}$  de  $\mathcal{M}$  faire
     $C_{\mathcal{T}} = c_{\text{densité}} |\mathbf{t}_{01} \times \mathbf{t}_{02}|$  ;
     $C_{\mathbf{t}_0} = C_{\mathcal{T}} + (C_{\mathcal{T}} \angle \mathbf{t}_0 / \pi)$  ;
     $C_{\mathbf{t}_1} = C_{\mathcal{T}} + (C_{\mathcal{T}} \angle \mathbf{t}_1 / \pi)$  ;
     $C_{\mathbf{t}_2} = C_{\mathcal{T}} + (C_{\mathcal{T}} \angle \mathbf{t}_2 / \pi)$  ;
fin
dim =  $\Delta t c_{\text{dim}}$  ;
pour chaque pas de temps faire
    pour chaque flamme  $\mathcal{F}$  attachées à la surface faire
        Trouver  $\mathcal{T}$  contenant le point d'attache de la flamme  $\mathcal{F}$  ;
        Trouver  $\mathbf{t}_0, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2$  les sommets de  $\mathcal{T}$  ;
         $C_{\mathbf{t}_0} = C_{\mathbf{t}_0}(t) - (dim \angle \mathbf{t}_0 / \pi)$  ;
         $C_{\mathbf{t}_1} = C_{\mathbf{t}_1}(t) - (dim \angle \mathbf{t}_1 / \pi)$  ;
         $C_{\mathbf{t}_2} = C_{\mathbf{t}_2}(t) - (dim \angle \mathbf{t}_2 / \pi)$  ;
    fin
fin

```

Chapitre 5

Modélisation du feu

Dans le chapitre 4 nous nous sommes dotés d'une représentation du feu sous la forme d'un ensemble de flammes. Cette représentation doit maintenant être utilisée pour déterminer la forme et afficher chacune des images de la séquence d'animation du feu. L'étape consistant à déterminer la forme du feu, que nous nommons modélisation, utilise le squelette des flammes pour construire une géométrie tridimensionnelle correspondant au volume occupé par le feu. L'étape de production des images de la séquence, que nous nommons rendu, convertit la géométrie modélisée précédemment de façon à obtenir une image de feu.

Dans ce chapitre, nous identifions tout d'abord les facteurs visuels caractérisant une flamme unique. Les facteurs auxquels nous nous attardons sont ceux affectant l'image de la flamme : sa forme, sa couleur, etc. Nous étendons ensuite notre analyse pour considérer les caractéristiques essentielles présentes dans l'image d'un feu complet.

En se basant sur ces observations, nous décrivons une méthode générale capable de produire un feu complet à partir d'un ensemble de flammes. Cette étape nous permet de cerner plus précisément les techniques envisageables pour réaliser la modélisation d'une flamme unique.

Une fois la méthode générale identifiée, nous l'utilisons pour mettre au point une technique de modélisation pour une flamme unique. Cette technique considère un seul squelette et utilise sa position, sa longueur et sa déformation. Le résultat obtenu ici est une surface dans l'espace représentant la géométrie et les attributs visuels d'une flamme. Nous montrons ensuite comment recombinaison ces flammes pour obtenir la représentation tridimensionnelle d'un feu complet.

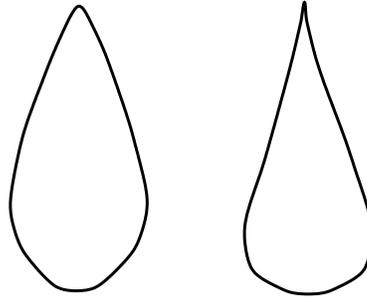


FIG. 5.1: Deux formes différentes pour une flamme.

Nous décrivons ensuite une technique permettant de convertir la surface du feu en une représentation plus adéquate pour en effectuer l’affichage. Nous analysons aussi l’efficacité de la technique développée et nous proposons des solutions permettant d’en diminuer le temps de calcul.

La représentation géométrique 3D du feu est finalement convertie en image grâce à une technique par tracé de rayons que nous décrivons brièvement.

5.1 Facteurs visuels caractérisant le feu

Si on observe les flammes indépendamment, on peut remarquer qu’elles ont une forme aux contours bien définis. Cette forme est généralement ovale. Elle est large à la base et se rétrécit au sommet. Bien que cette caractéristique soit présente dans presque tous les cas, les détails concernant la forme de la flamme peuvent changer au cours du temps. Ainsi, une flamme peut devenir très mince au tiers de sa hauteur ou encore rester assez large jusqu’aux deux tiers de sa hauteur (voir figure 5.1).

La couleur d’une flamme, quant à elle, peut varier de façon importante. Par exemple, sous certaines conditions particulières, une flamme peut être transparente à la base, avoir une couche interne bleue et une couleur jaune à l’extérieur. En changeant simplement le combustible, on peut obtenir une flamme jaune à l’intérieur et orangée à l’extérieur.

Bien que les couleurs varient, nous pouvons dégager une caractéristique constante de ces observations. En effet, dans presque tous les cas la couleur change suivant un petit nombre de couches successives. La partie près de la tige et de la base d’une flamme sera d’une couleur, une région un peu plus éloignée sera d’une autre couleur, etc. Ces

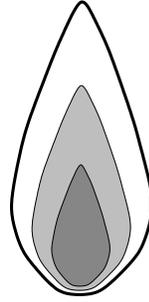


FIG. 5.2: Flamme possédant plusieurs couches de couleur.

diverses couches ont chacune une forme semblable à la flamme globale. Cette forme peut être plus ovale si la couche est près de la base de la flamme (voir figure 5.2).

Une observation pouvant être faite concernant le feu est qu'il n'est pas composé de flammes séparées. Au contraire, les flammes se fusionnent pour former une surface lisse et continue. Cependant, cette surface peut parfois se dédoubler et montrer des pics distincts. Les contours du feu, comme ceux d'une flamme, sont bien délimités.

Nous pouvons aussi remarquer que la couleur du feu n'est pas dépendante de l'illumination environnante. En fait, le feu est partiellement transparent et sa couleur est plus intense aux endroits où il est plus large. De plus, les flammes illuminent la scène environnante. Cette illumination varie en intensité lorsque la forme du feu change.

5.2 Méthode générale de modélisation

Plusieurs techniques sont envisageables pour représenter le feu. Perry et Picard [PP94] utilisent le squelette de chaque flamme pour positionner une texture placée face à l'observateur, une technique aussi appelée *billboarding* [MH99, MS95]. Si la texture est basée sur une véritable animation de feu, alors le résultat obtenu peut être très convaincant [SSSE00]. Cette approche est d'ailleurs fort populaire pour la réalisation d'effets spéciaux. Cependant, comme le feu n'a jamais de représentation tridimensionnelle, il est difficile de le faire interagir avec le reste de la scène. Aussi, la superposition des *billboards* peut produire une augmentation de l'intensité sur les intersections, créant des artifices indésirables.

Les squelettes de flammes pourraient aussi être utilisés pour déformer un maillage prédéfini correspondant à une flamme unique. Cette technique, connue sous le nom de

sommets pondérés, permet d'exprimer les détails géométriques de la flamme tout en y appliquant les déformations impliquées par le squelette. Cependant, la combinaison de plusieurs flammes peut créer des problèmes. En effet, les flammes sont représentées indépendamment et n'interagissent pas les unes avec les autres. Ainsi deux flammes, même si elles sont rapprochées, resteront disjointes.

Une troisième méthode consiste à utiliser un ensemble de particules comme primitives de rendu. Cette approche est utilisée par Reeves [Ree83] et Takahashi *et al.* [TTC97]. Dans ce dernier cas, la trace d'une particule au cours d'un pas de temps est utilisée pour générer un champ de température qui est ensuite stocké dans une grille de voxels. Le rendu de cette grille est effectué par un algorithme de tracé de rayons.

Une quatrième méthode de modélisation et de rendu de feu est présentée par Stam et Fiume [SF95]. Ici, des *warped blobs* sont émis et se déplacent suivant les résultats de la simulation d'un modèle physique simplifié de feu. Ces *warped blobs* sont ensuite rendus en utilisant une technique de tracé de rayons.

Les trois premières techniques, bien qu'elles offrent certains avantages quant à la vitesse de calcul, ne permettent pas de représenter convenablement la géométrie 3D du feu. Par exemple, les flammes restent disjointes empêchant le feu d'être une surface lisse et continue comme nous l'avons souligné à la section 5.1. Dans la technique de Reeves, le feu est représenté par un ensemble de particules ponctuelles ne permettant pas de recréer l'impression de volume. Finalement, les *warped blobs* ont une surface floue et ne possèdent pas le contour précis du feu.

Pour pallier à ce problème, nous avons opté pour une méthode de représentation des flammes par une surface implicite. Chaque squelette définit donc un champ scalaire 3D, comme la température ou l'énergie. Plus formellement une surface implicite, aussi appelée isosurface, se définit comme l'ensemble des points de l'espace rendant une équation donnée égale à une certaine isovaleur. Autrement dit, si nous disposons d'une fonction $I : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ et d'une isovaleur réelle b alors l'ensemble des points suivants décrit une surface implicite :

$$\{ \mathbf{x} \mid I(\mathbf{x}) = b \}.$$

Nous pouvons déterminer la fonction I pour une flamme unique en la basant sur son squelette (voir section 5.3). Pour un feu complet, il s'agit d'utiliser l'isosurface produite par la somme des fonctions correspondant à chaque flamme. Ainsi, si la fonction est

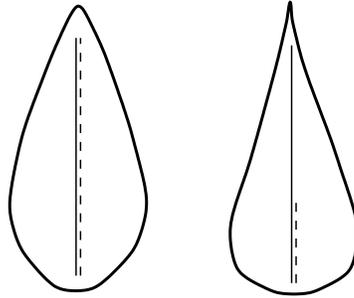


FIG. 5.3: À gauche, forme d'une flamme composée de deux squelettes de même longueur. À droite, flamme composée de deux squelettes de différentes longueurs.

choisie correctement, les flammes rapprochées auront tendance à se regrouper pour former une surface lisse et uniforme. De plus, si les sommets de deux flammes s'éloignent l'un de l'autre alors des pics distincts apparaîtront. Ces caractéristiques, déjà identifiées à la section précédente, sont souhaitables et correspondent bien au comportement du feu.

Un autre avantage indirect de cette méthode est que, si plusieurs squelettes sont superposés mais ont des longueurs différentes, alors la forme d'une flamme peut être légèrement affectée. Ainsi, si deux squelettes superposés ont la même longueur, la géométrie résultante sera semblable à celle d'une flamme unique. Cependant, si un des squelettes est plus petit, la flamme sera plus large à la base et rétrécira au sommet. La figure 5.3 illustre bien cet effet.

5.2.1 Propriétés générales de la fonction

Pour que la représentation du feu par une isosurface soit efficace, la fonction I doit avoir certaines propriétés particulières.

Tout d'abord I doit être continue. En effet, une discontinuité dans la fonction pourrait créer des irrégularités et même des trous sur l'isosurface. La continuité de la dérivée de I est aussi souhaitable. Si cette dérivée n'est pas continue, la surface peut montrer des changements brusques d'orientation risquant de créer des effets indésirables.

Certaines autres propriétés de I sont requises pour que l'isosurface de la somme des fonctions soit correcte. Il est nécessaire que I soit positive ou nulle, on peut donc écrire $I : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$. Dans le cas contraire, il serait possible que la somme de deux flammes produise une isosurface plus petite que celle des flammes prises indépendamment. La

fonction $I(\mathbf{x})$ doit aussi tendre vers 0 lorsque $|\mathbf{x}|$ tend vers l'infini. De cette façon, les flammes auront une influence locale.

On remarque facilement que si les propriétés précédentes sont vérifiées pour des fonctions I prises indépendamment, alors elles seront conservées si on somme ces fonctions. De plus, ces propriétés seront toujours vérifiées si on effectue l'intégrale d'un ensemble de fonctions I sur une partie de \mathbb{R}^3 .

En résumé, la fonction recherchée, autant pour les flammes individuelles que pour le feu complet, doit respecter les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & I \text{ doit être continue,} \\ \text{b)} \quad & \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, I(\mathbf{x}) \geq 0, \\ \text{c)} \quad & \lim_{|\mathbf{x}| \rightarrow \infty} I(\mathbf{x}) = 0. \end{aligned} \tag{5.1}$$

5.3 Représentation implicite du feu

Il est maintenant nécessaire de déterminer une fonction permettant de représenter convenablement le feu.

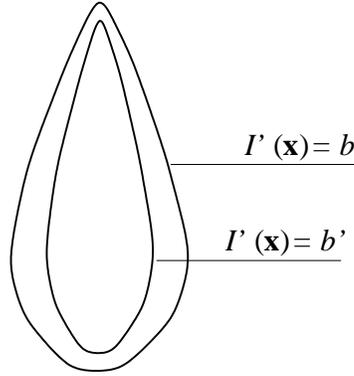
Nous nous attardons dans un premier temps à une flamme unique. Nous énumérons tout d'abord les propriétés mathématiques spécifiques que devra avoir la fonction cherchée. Ensuite, nous développons une fonction basée sur le squelette d'une flamme et permettant de lui attribuer une surface implicite. Cette fonction tentera aussi de prendre en considération les éléments visuels énumérés à la section 5.1.

Ensuite, à l'aide de ces résultats, nous développons une fonction représentant convenablement un feu complet. Nous montrons aussi comment obtenir et contrôler les propriétés visuelles identifiées plus tôt.

5.3.1 Propriétés de la fonction pour une flamme unique

Deux propriétés sont importantes pour que la géométrie d'une flamme unique respecte les critères visuels identifiés. Tout d'abord, une seule surface doit être produite pour une flamme indépendante. Il est aussi possible de n'avoir aucune surface si la flamme est trop faible. Aussi, la fonction doit être telle que la surface créée par la somme de plusieurs flammes englobe les surfaces de chacune des flammes prises indépendamment.

Ces propriétés se formalisent difficilement pour une fonction générale. Nous utilisons donc une fonction de la forme suivante : soit une courbe continue \mathcal{C} et une fonction

FIG. 5.4: Propriété désirée pour deux isovaleurs $b < b'$.

$J : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$. nous construisons I' de la façon suivante :

$$I'(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{p} \in \mathcal{C}} J(|\mathbf{x} - \mathbf{p}|). \quad (5.2)$$

La fonction I' est donc dépendante de la distance entre le point d'évaluation \mathbf{x} et chacun des points \mathbf{p} de la courbe. Il est évident qu'une telle définition restreint l'ensemble des fonctions disponibles, cependant elle nous permet de développer plus formellement la base de la fonction représentant une flamme.

Pour nous assurer qu'au plus une seule surface est produite pour une flamme unique, nous exigeons que J prenne toutes les valeurs de $\mathbb{R}_{>0}$ au plus une seule fois. Ainsi l'ensemble solution de l'équation $J(|\mathbf{x} - \mathbf{p}|) = b$ est vide ou représente une sphère centrée sur le point \mathbf{p} . On pourrait montrer que l'intégrale de J le long d'une courbe continue donne aussi, au plus, une seule surface. Ainsi I' respecte la propriété désirée.

Nous souhaitons aussi que l'isosurface impliquée par la somme de deux fonctions implicites englobe les isosurfaces des flammes prises indépendamment. Pour ce faire, la surface définie par $I'(\mathbf{x}) = b$, avec $b < b'$ doit contenir complètement la surface définie par $I'(\mathbf{x}) = b'$ (voir figure 5.4). Pour nous en assurer, nous forçons J à être décroissante sur tout son domaine. Ainsi, pour un \mathbf{p} fixé, la sphère correspondant à $J(|\mathbf{x} - \mathbf{p}|) = b$ est plus grande que la sphère correspondant à $J(|\mathbf{x} - \mathbf{p}|) = b'$. Il en va de même pour l'intégrale de J sur la courbe \mathcal{C} .

En résumé, les propriétés suivantes doivent être respectées par J :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \forall r_0, r_1, b \in \mathbb{R}_{>0}, J(r_0) = b \text{ et } J(r_1) = b \Rightarrow r_0 = r_1, \\ \text{b)} \quad & \forall r_0, r_1 \in \mathbb{R}_{\geq 0}, r_0 > r_1 \Rightarrow J(r_0) \leq J(r_1). \end{aligned} \quad (5.3)$$

De plus, les propriétés générales énoncées à l'équation 5.1 seront respectées par I'

si la fonction J respecte les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & J \text{ doit être continue sur le domaine } \mathbb{R}_{\geq 0}, \\
 \text{b)} \quad & \forall r \in \mathbb{R}_{\geq 0}, J(r) \geq 0, \\
 \text{c)} \quad & \lim_{r \rightarrow \infty} J(r) = 0.
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

5.3.2 Fonction représentant une flamme unique

La surface implicite représentant une flamme unique doit tout d'abord être affectée par le squelette de cette flamme. Ce squelette, décrit aux sections 4.2 et 4.5.3, est une courbe continue composée d'une série de $s - 1$ segments de droite. Nous construisons donc une fonction I' de la forme énoncée à l'équation 5.2 en utilisant le squelette comme courbe d'intégration \mathcal{C} . L'isosurface de cette fonction dépend donc de tous les points du squelette et subit les déformations qui lui sont appliquées.

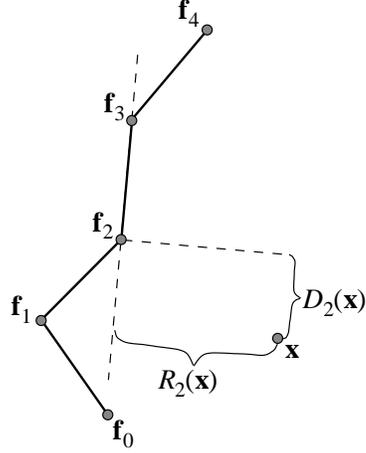
Dans un premier temps, nous devons déterminer la fonction J à la base de l'intégrale. Cette fonction doit respecter les propriétés des équations 5.3 et 5.4. Nous avons choisi la fonction suivante :

$$J(r) = \frac{1}{r}. \tag{5.5}$$

Nous pouvons vérifier facilement que cette fonction est continue et positive sur $\mathbb{R}_{\geq 0}$. De plus, la limite de cette fonction à l'infini est 0. Elle respecte donc les propriétés de l'équation 5.4. Comme la fonction proposée est bijective et strictement décroissante dans $\mathbb{R}_{> 0}$, toutes les propriétés de l'équation 5.3 se trouvent vérifiées.

Il est maintenant nécessaire d'intégrer cette fonction le long du squelette de la flamme visée. Comme le squelette est composé de segments, nous pouvons calculer l'intégrale I'_i pour chacun de ses segments puis faire la somme des I'_i trouvées. Les s points composant le squelette de la flamme visée sont notés $(\mathbf{f}_0, \mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_{s-1})$ et on note l_i la longueur du i -ième segment.

Calculons donc I'_i pour un segment allant du point \mathbf{f}_i au point \mathbf{f}_{i+1} . Nous trouvons tout d'abord une transformation \mathbf{S}_i ramenant le point \mathbf{f}_i à $(0, 0, 0)$ et le point \mathbf{f}_{i+1} à $(l_i, 0, 0)$. On trouve \mathbf{S}_i en effectuant la composition d'une translation et d'une rotation. Puisqu'il s'agit d'une transformation rigide, tous les points de l'espace sont transformés de façon unique par \mathbf{S}_i . Soit un point \mathbf{x} , on note le point transformé $\mathbf{S}_i(\mathbf{x}) = (\mathbf{S}_i(\mathbf{x})_x, \mathbf{S}_i(\mathbf{x})_y, \mathbf{S}_i(\mathbf{x})_z)$. Pour simplifier la notation, on pose $D_i(\mathbf{x}) = \mathbf{S}_i(\mathbf{x})_x$ et $R_i(\mathbf{x}) = \sqrt{\mathbf{S}_i(\mathbf{x})_y^2 + \mathbf{S}_i(\mathbf{x})_z^2}$. On peut ensuite calculer I'_i en se basant sur les équations 5.2


 FIG. 5.5: Coordonnées $R_i(\mathbf{x})$ et $D_i(\mathbf{x})$ associées à une flamme.

et 5.5 :

$$\begin{aligned}
 I'_i(\mathbf{x}) &= \int_0^{l_i} J(|\mathbf{S}_i(\mathbf{x}) - (p, 0, 0)|) dp \\
 &= \int_0^{l_i} \frac{1}{\sqrt{(\mathbf{S}_i(\mathbf{x})_x - p)^2 + \mathbf{S}_i(\mathbf{x})_y^2 + \mathbf{S}_i(\mathbf{x})_z^2}} dp \\
 &= \sinh^{-1} \left(\frac{D_i(\mathbf{x})}{R_i(\mathbf{x})} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{D_i(\mathbf{x}) - l_i}{R_i(\mathbf{x})} \right) \\
 &= \ln \left(\frac{D_i(\mathbf{x}) + \sqrt{R_i(\mathbf{x})^2 + D_i(\mathbf{x})^2}}{D_i(\mathbf{x}) - l_i + \sqrt{R_i(\mathbf{x})^2 + (D_i(\mathbf{x}) - l_i)^2}} \right).
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

La fonction I' associée au squelette complet peut maintenant être trouvée facilement en effectuant la somme suivante :

$$I'(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{s-1} I'_i(\mathbf{x}). \tag{5.7}$$

En pratique, on peut évaluer la fonction précédente sans avoir à trouver chacune des transformations \mathbf{S}_i . Pour ce faire, il s'agit de prendre $R_i(\mathbf{x})$ égal à la distance entre le point \mathbf{x} et la droite de support du i -ième segment. On prend aussi $D_i(\mathbf{x})$ égal à la distance entre le point \mathbf{x} projeté sur la droite de support du i -ième segment et le point \mathbf{f}_i (voir figure 5.5). Ces distances correspondent à deux des trois coordonnées cylindriques du point \mathbf{x} .

La fonction de l'équation 5.7, bien que respectant toutes les propriétés mathématiques désirées, ne permet pas d'obtenir une isosurface plus large à la base qu'au sommet. Elle nous permet cependant de construire une telle fonction tout en

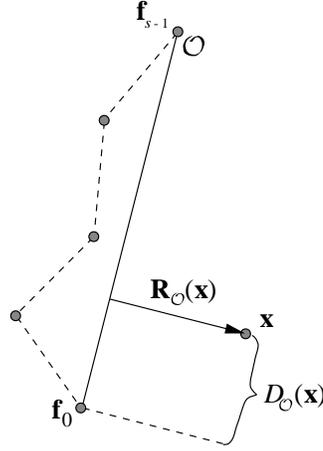


FIG. 5.6: Coordonnées $D_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$ et vecteur $\mathbf{R}_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$ associés à une flamme.

nous assurant que les propriétés des équations 5.3 et 5.4 seront respectées au moins pour une tige droite.

Pour obtenir une flamme plus large à la base qu'au sommet, il est nécessaire de modifier I' . Cette modification fait appel à l'orientation moyenne de la flamme telle que décrite à la section 4.2. Nous simplifions le calcul de cette orientation en utilisant, plutôt que la droite de régression, le segment \mathcal{O} joignant la base \mathbf{f}_0 et le sommet \mathbf{f}_{s-1} . Cette simplification, demandant un temps de calcul beaucoup moins grand, s'est avérée bonne en pratique.

Pour chacun des points de l'espace on peut trouver $D_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$, la distance le long de \mathcal{O} de la base \mathbf{f}_0 à la projection du point \mathbf{x} sur \mathcal{O} . On peut aussi trouver $\mathbf{R}_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$, le vecteur radial joignant \mathcal{O} au point \mathbf{x} (voir figure 5.6). On désire donc que l'isosurface soit plus éloignée de \mathcal{O} si $D_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$ est petite (près de la base de la flamme) et plus rapprochée si $D_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})$ est grande (près du sommet de la flamme). On peut donc développer une fonction \mathbf{F} modifiant les points de l'espace de façon à obtenir l'effet désiré. Après avoir analysé les propriétés des équations 5.6 et 5.7 nous avons choisi d'utiliser :

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \exp\left(\frac{2D_{\mathcal{O}}(\mathbf{x})}{|\mathbf{f}_{s-1} - \mathbf{f}_0|} - 1\right) \mathbf{R}_{\mathcal{O}}(\mathbf{x}). \quad (5.8)$$

La fonction obtenue par la composition des équations 5.7 et 5.8 ne respecte plus la forme de l'équation 5.2. Ainsi, bien que les propriétés de l'équation 5.1 soient encore vérifiées, il est très difficile de prouver que les propriétés de la section 5.3.1 sont toujours respectées car celles-ci ne se résument plus aux équations 5.3 et 5.4. Nous pourrions prouver que, pour une tige droite, toutes les propriétés désirées sont valides. Dans le

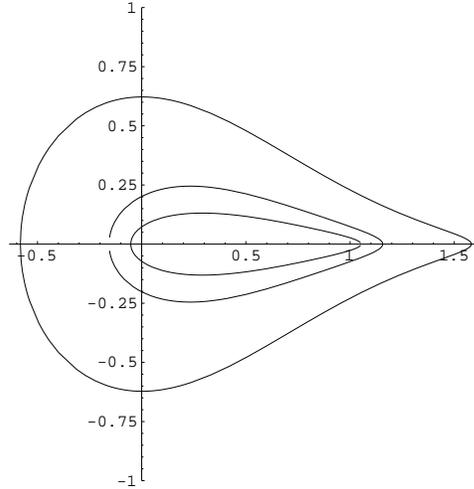


FIG. 5.7: Isosurfaces avec $b = 1$, $b = 2$ et $b = 3$ pour un squelette de flamme de longueur 1.

cas où la tige subit des déformations les résultats se sont toujours révélés adéquats. La fonction suivante est donc la version finale permettant de générer la surface implicite d'une flamme unique :

$$I(\mathbf{x}) = I'(\mathbf{F}(\mathbf{x})). \quad (5.9)$$

La figure 5.7 montre une coupe de l'isosurface avec $b = 1$, $b = 2$ et $b = 3$ pour un squelette rectiligne situé entre $(0, 0, 0)$ et $(1, 0, 0)$. Cette figure illustre bien qu'une variation de l'isovaleur modifie la largeur moyenne de la flamme en influençant très peu sa longueur. Ceci ne nous permet donc pas de créer les couches de couleurs différentes mentionnées à la section 5.1. Pour créer ces diverses couches, il suffit d'utiliser les isosurfaces de flammes de longueurs différentes. La figure 5.8 montre trois couches avec $b = 3$ et des tiges horizontales de longueurs 1, 0.5 et 0.25.

5.3.3 Fonction représentant un feu complet

Comme mentionné précédemment, la fonction représentant la surface implicite d'un feu complet peut être obtenue en effectuant la somme des fonctions associées à chacune des flammes. En pratique, cependant, chacune des flammes a une zone d'influence trop importante et peut produire des effets non-locaux désagréables. Pour pallier à ce problème, et pour nous permettre d'utiliser des boîtes englobantes plus petites (voir section 5.4.2), nous modifions le résultat de l'équation 5.9 pour chacune des flammes

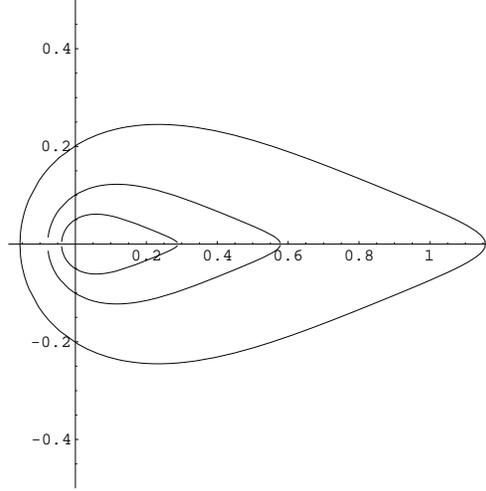


FIG. 5.8: Isosurfaces avec $b = 3$ de trois squelettes de flammes de longueur 1, 0.5 et 0.25.

avant d'en faire la somme.

Nous allons donc établir une fonction $G : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ effectuant cette modification. Comme le résultat obtenu pour une flamme individuelle est satisfaisant, on souhaite que G ne change pas l'allure de son isosurface. On désire aussi obtenir un effet plus local. Il est donc nécessaire que, pour les points \mathbf{x} à l'extérieur de la surface (c'est-à-dire que $I(\mathbf{x}) < b$), la valeur de $I(\mathbf{x})$ devienne plus petite après avoir été transformée par G . Autrement dit, si on fixe une valeur de b particulière, on souhaite que G respecte les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & G(b) = b \\ \text{b)} \quad & \forall x < b, G(x) < x. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Après quelques essais nous avons choisi la fonction suivante :

$$G(x) = \frac{b(e^x - 1)}{e^b - 1}. \quad (5.11)$$

La proposition A.3.1 montre que cette fonction respecte les propriétés de l'équation 5.10.

La figure 5.9 illustre une telle fonction en utilisant $b = 3$.

La fonction représentant le feu complet devient donc :

$$K(\mathbf{x}) = \sum_{\text{flames}} G(I(\mathbf{x})). \quad (5.12)$$

Ici aussi on peut obtenir diverses couches internes de couleurs différentes. Ces couches sont obtenues en multipliant la longueur de toutes les flammes par un facteur inférieur à 1. La fonction K calculée sur ce nouvel ensemble de flammes permet

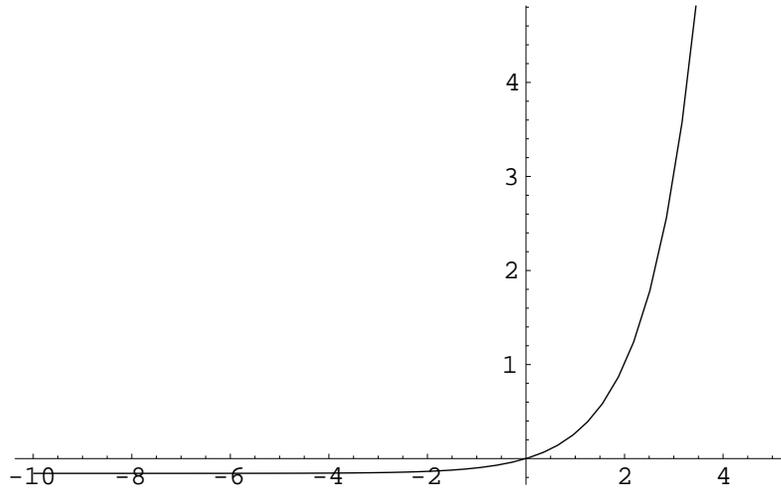


FIG. 5.9: Illustration de la fonction $G(x)$ avec $b = 3$, équation 5.11.

d'obtenir une isosurface contenue à l'intérieur du feu original. Cette isosurface respecte les propriétés visuelles identifiées à la section 5.1 relativement aux couches internes de couleur.

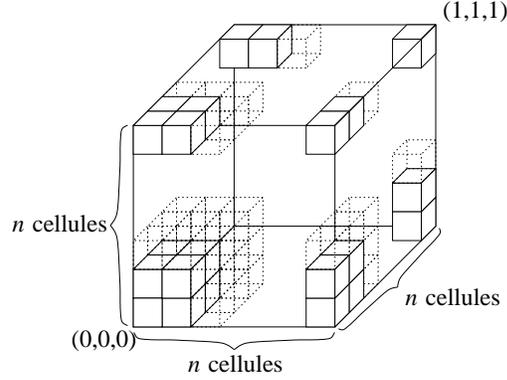
5.4 Conversion de la surface implicite

Bien que nous disposions maintenant d'une représentation mathématique de la surface du feu, nous ne sommes pas encore en mesure d'en faire le rendu et de l'afficher convenablement. Pour réaliser cette tâche, il est nécessaire de trouver l'ensemble des points vérifiant l'équation. Autrement dit, nous devons isoler \mathbf{x} dans l'équation 5.12.

Il n'existe pas de solution analytique générale pour ce problème. Une solution analytique adaptée aux techniques de tracé de rayons a été proposée par Blinn [Bli82]. Celle-ci est cependant plus instable numériquement et s'étend difficilement à d'autres techniques de rendu. Nous avons choisi l'approche des *marching cubes* [LC87] qui permet de produire une approximation polygonale de la surface. Nous pouvons ensuite réaliser facilement l'affichage de ces polygones par différentes méthodes de rendu.

5.4.1 Technique des *marching cubes*

La technique des *marching cubes* requiert typiquement la création d'une grille régulière. Cette grille devrait englober complètement l'espace où se trouve la surface implicite. La finesse de la grille peut varier. Si elle compte beaucoup de divisions, la


 FIG. 5.10: Grille régulière utilisée pour créer les *marching cubes*.

surface obtenue sera plus précise.

Supposons que nous disposions d'une grille régulière orientée sur les axes de la scène et dont une grande diagonale est décrite par le segment $((0, 0, 0), (1, 1, 1))$ (l'extension à une grille quelconque est triviale). Si la grille compte $n + 1$ divisions suivant chaque dimension alors on retrouve un sommet de la grille aux points :

$$\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}, \frac{k}{n} \right), \quad i, j, k \in \mathbb{N} \text{ et } 0 \leq i, j, k \leq n.$$

Nous notons \mathcal{G} l'ensemble comprenant ces $(n + 1)^3$ sommets (voir figure 5.10).

Nous évaluons ensuite la valeur de la fonction $K(\mathbf{x})$ de l'équation 5.12 en chacun des sommets de \mathcal{G} . De cette façon, nous pouvons déterminer si les sommets de la grille régulière se trouvent à l'intérieur de la surface ($K(\mathbf{x}) > b$) ou à l'extérieur de la surface ($K(\mathbf{x}) < b$). Pour simplifier, nous disons d'un point sur la surface ($K(\mathbf{x}) = b$) qu'il est à l'intérieur.

Nous nous attardons ensuite aux cellules de \mathcal{G} . La cellule (x, y, z) est représentée par le cube orienté sur les axes et ayant comme une grande diagonale le segment :

$$\left(\left(\frac{x}{n}, \frac{y}{n}, \frac{z}{n} \right), \left(\frac{x+1}{n}, \frac{y+1}{n}, \frac{z+1}{n} \right) \right).$$

On remarque facilement que la grille régulière contient n^3 cellules. Pour chacune de ces cellules, nous regardons lesquels des 8 sommets se trouvent à l'intérieur ou à l'extérieur de la surface cherchée. Il existe $2^8 = 256$ configurations possibles, que nous pouvons grandement réduire en utilisant les symétries du cube. Nous supposons que si les sommets du cube sont tous à l'intérieur ou tous à l'extérieur alors aucune surface ne traverse la cellule. Dans les autres cas, une partie de la surface traverse la cellule et coupe les

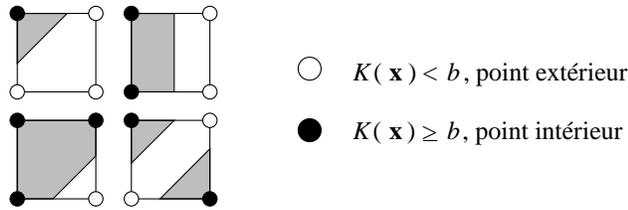


FIG. 5.11: Quelques configurations de *marching cubes* en deux dimensions.

arêtes du cube en certains points. La surface traversant la cellule peut être convertie en un ou plusieurs polygones suivant la configuration du cube. La figure 5.11 montre, en deux dimensions, quelques configurations possibles et les segments résultants.

Il est maintenant nécessaire de créer les polygones représentant la partie de surface se trouvant à l'intérieur de la cellule. Nous pouvons déterminer un point où $K(\mathbf{x}) = b$ sur chacune des arêtes traversées par la surface. Ce point est approximé en interpolant linéairement la valeur de la fonction K le long de l'arête. Une fois tous ces points d'intersection trouvés, les polygones sont créés conformément à la configuration du cube. Les vecteurs normaux aux sommets des polygones peuvent être estimés en effectuant la dérivée partielle de K relativement à chacune de ses composantes.

On remarque que si tous les sommets de \mathcal{G} en bordure de la grille régulière sont à l'extérieur de la surface implicite alors celle-ci sera fermée et continue. On peut donc l'afficher en utilisant n'importe quel système de rendu supportant des polygones.

5.4.2 Optimisation de la vitesse de calcul des *marching cubes*

Le temps requis pour calculer la valeur de la fonction K en chacun des sommets de la grille peut être assez important. En effet, pour tous ces sommets on doit calculer la valeur de I (équation 5.9) de chacune des flammes. Si le nombre de flammes augmente de 1 alors le temps de calcul augmente d'un facteur $(n + 1)^3$ (le nombre de sommets dans la grille).

Pour pallier à ce problème, nous exploitons la localité des flammes. En effet, bien que la fonction $G(I(\mathbf{x}))$ associée à une flamme soit non-nulle sur tout \mathbb{R}^3 , elle prend de très petites valeurs à une certaine distance du squelette de la flamme. Nous pouvons donc trouver un volume englobant une flamme tel que la contribution de la flamme est négligeable à l'extérieur de ce volume. Ainsi, pour une flamme donnée, il ne sera plus nécessaire de calculer la valeur de $G(I(\mathbf{x}))$ sur toute la grille mais seulement à

l'intérieur du volume englobant cette flamme.

Si un très grand nombre de flammes sont présentes alors cette simplification peut engendrer des erreurs. En effet, la somme de la contribution de chacune des flammes à l'extérieur de leur volume englobant peut devenir supérieure à l'isovaleur fixée. En pratique, cependant, ce genre de problème ne cause pas d'erreur visuelle importante. De plus, l'accélération obtenue est très importante.

Nous déterminons tout d'abord le volume englobant d'une flamme représentée par un squelette rectiligne situé entre $(0, 0, 0)$ et $(l, 0, 0)$. Nous souhaitons que la valeur de la fonction décrivant la flamme reste inférieure à b_{\min} pour les points à l'extérieur du volume englobant. Remarquons tout d'abord que la surface implicite $I'(\mathbf{x}) = b_{\min}$ (équation 5.7) contient complètement la surface implicite $I(\mathbf{x}) = b_{\min}$ (équation 5.9). Cette propriété peut encore être vérifiée après transformation par G donc la surface $G(I'(\mathbf{x})) = b_{\min}$ contient complètement $G(I(\mathbf{x})) = b_{\min}$. Il est donc suffisant de trouver un volume englobant contenant complètement la surface $G(I'(\mathbf{x})) = b_{\min}$.

Comme la fonction implicite est symétrique par rotation autour du squelette rectiligne, le volume englobant peut être représenté par un cylindre. Le rayon de ce cylindre est la distance entre le point milieu du squelette rectiligne et la surface implicite. Si on fixe la valeur de b_{\min} et de b ainsi que la longueur l du squelette cette distance peut être calculée analytiquement par :

$$r_{\text{englob}} = \frac{l\sqrt{b(b + (e^b - 1)b_{\min})}}{b_{\min}(e^b - 1)}. \quad (5.13)$$

Les extrémités gauche et droite du cylindre peuvent être trouvées en identifiant en quel endroit la surface implicite croise l'axe des X. Ici aussi on peut exprimer ces valeurs analytiquement :

$$g_{\text{englob}} = -\frac{bl}{-b_{\min} + le^b}, \quad (5.14)$$

$$d_{\text{englob}} = l - \frac{bl}{-b_{\min} + le^b}. \quad (5.15)$$

La figure 5.12 montre la surface implicite d'une flamme de longueur 1 avec $b = 3$ ainsi qu'une coupe du cylindre englobant pour une valeur $b_{\min} = 0.3$. Les surfaces $G(I'(\mathbf{x})) = b_{\min}$ et $G(I(\mathbf{x})) = b_{\min}$ sont également illustrées.

L'extension de cette technique à des squelettes rectilignes quelconques est simple. Cependant, la technique ne s'applique plus si les squelettes sont déformés. Dans ce cas,

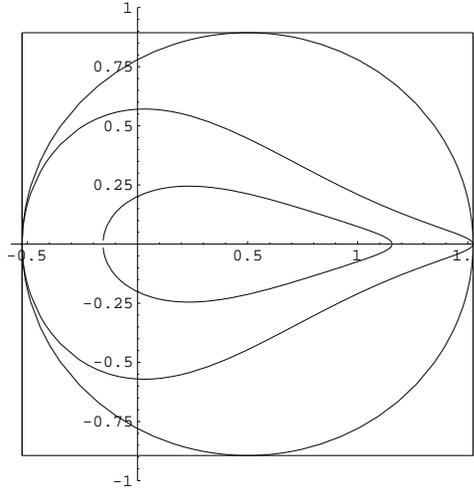


FIG. 5.12: Représentation de la boîte englobante d'une flamme pour une valeur $b_{\min} = 0.3$. Le carré représente une coupe du cylindre englobant calculé par les équation 5.13 et 5.14. La courbe extérieure représente $G(I'(\mathbf{x})) = b_{\min}$, la courbe intermédiaire $G(I(\mathbf{x})) = b_{\min}$ et la courbe intérieure représente la flamme de longueur 1 avec $b = 3$ pour laquelle on a calculé le cylindre englobant.

on utilise le segment \mathcal{O} joignant le premier et le dernier point du squelette. Le cylindre qui engloberait une flamme rectiligne définie par \mathcal{O} constitue une approximation du volume englobant la flamme. Si on désire un estimé plus conservateur, on peut calculer la distance maximale séparant un point du squelette de la droite de support de \mathcal{O} . Cette distance est ensuite ajoutée au rayon du cylindre englobant (voir figure 5.13).

Pour chacune des flammes, on peut maintenant calculer une boîte englobante orientée sur les axes de la scène. Cette boîte doit contenir le cylindre englobant décrit précédemment. Lorsque nous connaissons cette boîte englobante, on peut trouver une valeur estimée de la fonction K (équation 5.12) pour chacun des sommets de la grille. Si la grille a une grande diagonale $((0, 0, 0), (1, 1, 1))$ et qu'elle compte $n + 1$ divisions sur chacun des axes, on peut utiliser l'algorithme 4.

Cet algorithme requiert un tableau pouvant conserver la valeur de la fonction K en chacun des $(n + 1)^3$ sommets de la grille. On peut réduire ce nombre à seulement $(n + 1)^2$ valeurs en utilisant un algorithme un peu moins efficace qui remplit la grille tranche par tranche.

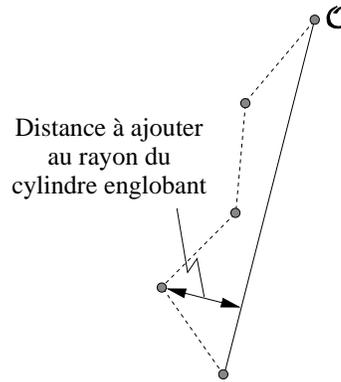


FIG. 5.13: Valeur à ajouter au rayon pour obtenir un cylindre englobant conservateur.

Algorithme 4: Calcul optimisé de K sur la grille régulière.**Données :** Un ensemble contenant toutes les flammes**Résultat :** $T[0..n][0..n][0..n]$: Tableau contenant la valeur de la fonction K aux sommets de la grille

```
// Description de quelques variables :
// (x_min, y_min, z_min) : Le sommet minimal de la grille à considérer pour une flamme
// (x_max, y_max, z_max) : Le sommet maximal de la grille à considérer pour une flamme
// (x, y, z) : Le sommet actuel de la grille
// B : Une boîte englobante
```

Initialiser tous les éléments de T à 0 ;**pour chaque flamme faire** B = la boîte englobante contenant la flamme courante ; $(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min})$ = les positions minimales de B ; $(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max})$ = les positions maximales de B ; $(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}) = (\lfloor n x_{\min} \rfloor, \lfloor n y_{\min} \rfloor, \lfloor n z_{\min} \rfloor)$; $(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}) = (\lceil n x_{\max} \rceil, \lceil n y_{\max} \rceil, \lceil n z_{\max} \rceil)$; **pour** $x = x_{\min}$ **à** x_{\max} **faire** **pour** $y = y_{\min}$ **à** y_{\max} **faire** **pour** $z = z_{\min}$ **à** z_{\max} **faire**

// Calculer le point 3D correspondant à ce point de la grille.

 $\mathbf{x} = (x/n, y/n, z/n)$;

// Calculer la fonction de la flamme courante en ce point

// avec les équations 5.9 et 5.11.

 $tmp = G(I(\mathbf{x}))$;

// Ajouter cette valeur au sommet courant de la grille.

 $T[x][y][z] = T[x][y][z] + tmp$; **fin** **fin** **fin****fin**retourner T

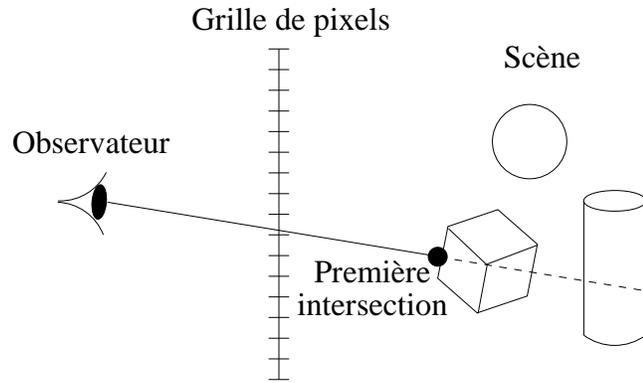


FIG. 5.14: Illustration du tracé de rayons.

5.5 Rendu du feu

Maintenant que nous disposons d'un ensemble de faces triangulaires représentant la géométrie du feu, nous devons en faire le rendu. Tous les systèmes de rendu supportant les polygones peuvent être utilisés. Nous avons décidé d'utiliser un rendu par tracé de rayons. En effet, cette technique permet de représenter adéquatement les éléments principaux associés à l'image du feu soit la transparence des flammes et l'illumination de la scène environnante.

5.5.1 Rendu par tracé de rayons

Le rendu par tracé de rayons [Whi80, Gla89] est une technique de rendu puissante permettant de simuler plusieurs effets visuels. Pour réaliser une image en utilisant cet algorithme, il est nécessaire de lancer une série de rayons de l'observateur vers la scène. Chacun de ces rayons traverse une grille de pixels placée sur le plan de l'image (figure 5.14).

Lorsqu'un rayon est lancé vers la scène, nous trouvons le premier objet qu'il intersecte. Il suffit maintenant de calculer l'illumination produite par chacune des sources en ce point d'intersection. Dans notre cas, nous nous intéresserons seulement aux sources de lumière ponctuelles.

Pour calculer l'illumination due à une source ponctuelle, il est tout d'abord nécessaire de déterminer si le point d'intersection est dans l'ombre de cette source. Pour ce faire, nous lançons un rayon d'ombre entre le point d'intersection et la source. Si ce segment croise un objet alors le point d'intersection est dans l'ombre et la contri-

bution de la source est nulle. Dans le cas contraire, on calcule la contribution de la source en utilisant un modèle d'illumination particulier [Pho75].

Si l'objet intersecté par le rayon lancé vers la scène est un polygone associé à une flamme, le calcul de l'illumination se fait un peu différemment. En effet, la surface du feu n'est pas affectée par la lumière environnante. Il n'est donc pas nécessaire de lancer un rayon d'ombre ni d'utiliser un modèle d'illumination classique. Nous déterminons plutôt la couleur du point d'intersection en poursuivant le rayon original jusqu'à sa prochaine intersection. L'intensité de la couleur est dépendante de la distance parcourue à l'intérieur de la flamme. Pour une distance parcourue d , la formule que nous avons utilisée pour l'intensité lumineuse de chacune des composantes (rouge, vert, bleu) est la suivante :

$$Int(d) = \frac{d Int_{\mathcal{F}}}{d_0}. \quad (5.16)$$

Dans cette formule $Int_{\mathcal{F}}$ est une valeur entre 0 et 1 décrivant l'intensité de la flamme intersectée. Si cette valeur est près de 0 la flamme est peu intense et plus transparente, et inversement si elle est près de 1. La constante globale de normalisation d_0 identifie la distance intérieure qui doit être parcourue pour qu'une flamme ait exactement une intensité de $Int_{\mathcal{F}}$. Les valeurs de $Int_{\mathcal{F}}$ et d_0 sont fixées par l'utilisateur et permettent de faire varier l'apparence générale du feu.

Comme les flammes sont partiellement transparentes, il est nécessaire de déterminer quels objets se trouvent le long du rayon au delà de la première intersection. Pour ce faire, nous appliquons récursivement la technique de lancé de rayons pour trouver le prochain objet intersecté. La couleur à ce nouveau point d'intersection, notée \mathbf{coul}_2 , est combinée à la couleur originale, notée \mathbf{coul}_1 , de la façon suivante :

$$\mathbf{coul} = Int(d) \mathbf{coul}_1 + \mathbf{coul}_2 \quad (5.17)$$

où d est la distance entre la première et la deuxième intersection. La combinaison des équations 5.16 et 5.17 offre quelques propriétés importantes. Par exemple, si un rayon traverse plusieurs couches de la même couleur, le résultat obtenu par l'application successive de l'équation 5.17 est égal au résultat qui aurait été obtenu en utilisant une seule couche et l'équation 5.16 (voir figure 5.15).

L'algorithme 5 montre comment implanter notre technique de tracé de rayons. Le premier appel à l'algorithme se fait avec le rayon partant de l'observateur et une pile

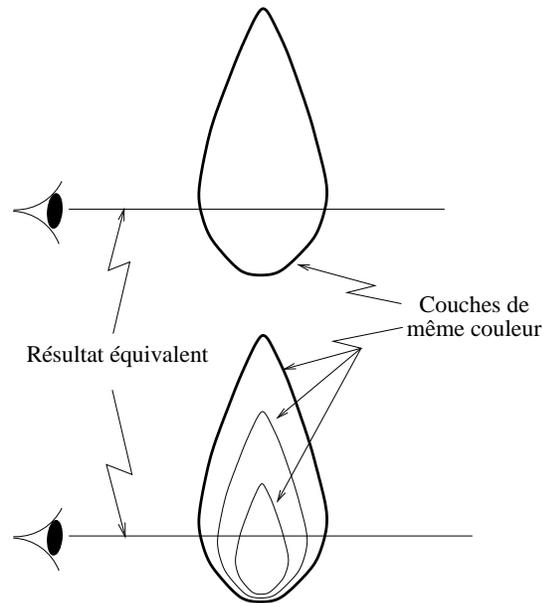


FIG. 5.15: Deux configurations de tracé de rayons donnant le même résultat.

vide (l'observateur doit être à l'extérieur des flammes).

5.5.2 Illumination due au feu

À la section 5.1 nous avons mentionné que le feu contribue à illuminer la scène environnante. Cet aspect peut être intégré à la technique de rendu par lancer de rayons en ajoutant des lumières ponctuelles correspondant à la géométrie du feu. Cette section décrit une technique permettant de placer ces lumières de façon à obtenir une illumination approximative visuellement intéressante. Nous n'avons pas implanté cette technique dans le cadre de cette maîtrise.

Le nombre de sources ponctuelles doit être assez élevé pour représenter convenablement l'illumination due au feu. Si ce nombre est trop petit, des artifices peuvent apparaître sur le reste de la scène (illumination trop forte en un point, aliassage de l'illumination et des ombres, etc.) Cependant, si trop de sources sont placées, le rendu de la scène prendra un temps important. La technique proposée permet à l'utilisateur de varier ce nombre de sources de façon à augmenter la qualité visuelle ou à diminuer le temps de calcul.

Pour éviter de créer des artifices visuels, le placement des sources doit suivre certains critères. Tout d'abord, les sources doivent se situer sur la surface ou à l'intérieur du

Algorithme 5: TracéDeRayons(**ray**, *Pile*)

Données : **ray** : Rayon lancé
Pile : Pile de couleurs

Résultat : **coul** : Couleur le long du rayon lancé
d : Distance parcourue jusqu'à la prochaine intersection

Calculer le premier objet intersecté par **ray** ;
d = distance jusqu'à l'intersection ;

si *aucun objet n'est intersecté* **alors**
 | **coul** = couleur de fond ;
 | *d* = ∞ ;

sinon si *l'objet intersecté n'est pas une flamme* **alors**
 | **coul** = illumination au point d'intersection ;

sinon si *l'objet intersecté est une flamme et le rayon y entre* **alors**
 | **coul** = couleur de la flamme intersectée ;
 | Empiler **coul** sur *Pile* ;
 | **ray'** = rayon partant du point d'intersection dans la direction de **ray** ;
 | (**coul'**, *d'*) = TracéDeRayons(**ray'**, *Pile*) ;
 | **coul** = $\text{Int}(d') \text{coul} + \text{coul}'$;

sinon
 | // *Le rayon sort d'une flamme, il se trouve peut-être encore dans une autre.*
 | Dépiler de *Pile* ;
 | **si** *Pile est vide* **alors**
 | | // *Le prochain rayon voyage dans le vide, on n'ajoute aucune contribution.*
 | | **ray'** = rayon partant du point d'intersection dans la direction de **ray** ;
 | | (**coul'**, *d'*) = TracéDeRayons(**ray'**, *Pile*) ;
 | | **sinon**
 | | | // *Le prochain rayon voyage dans une flamme.*
 | | | **coul** = couleur de l'élément sur le dessus de *Pile* ;
 | | | **ray'** = rayon partant du point d'intersection dans la direction de **ray** ;
 | | | (**coul'**, *d'*) = TracéDeRayons(**ray'**, *Pile*) ;
 | | | **coul** = $\text{Int}(d') \text{coul} + \text{coul}'$;
 | **fin**

fin
retourner (**coul**, *d*) ;

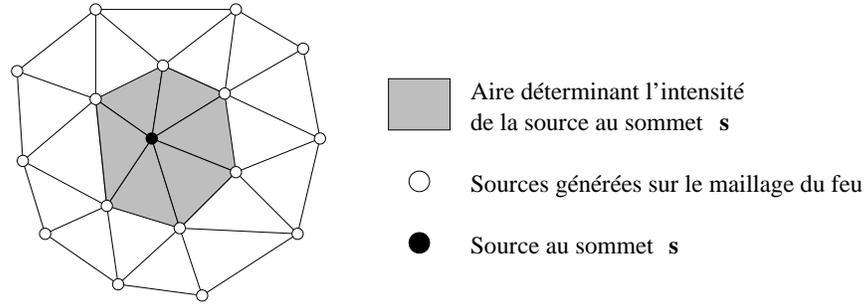


FIG. 5.16: Position et intensité des sources sur le maillage d'une flamme.

volume du feu. De plus, pour conserver la cohérence temporelle, un petit déplacement des flammes ne doit pas engendrer l'apparition, la disparition ou le déplacement brusque de sources.

La technique que nous proposons consiste à évaluer la fonction K (équation 5.12) aux points d'une grille régulière \mathcal{G}' . On peut réutiliser le tableau T retourné par l'algorithme 4 lors du calcul des *marching cubes*. Cependant, il est préférable d'utiliser une grille plus grossière pour diminuer le nombre de sources produites (un élément sur deux dans le tableau T , par exemple).

Nous utilisons ensuite l'algorithme des *marching cubes* sur \mathcal{G}' pour produire un maillage composé d'un ensemble de triangles. Une source ponctuelle est placée à chacun des sommets de ce maillage. Pour éviter qu'une source n'apparaisse et ne disparaisse brusquement, nous devons faire varier l'intensité des sources au cours du temps. Cette intensité est inversement proportionnelle à la densité surfacique de sources au voisinage du point visé. Pour une source donnée placée sur un sommet \mathbf{s} du maillage des *marching cubes* nous estimons l'inverse de cette densité en effectuant la somme de l'aire de tous les triangles touchant au point \mathbf{s} (voir figure 5.16).

Toutes les sources générées par cette technique se trouvent sur la surface du feu. Il est aussi possible de créer des sources à l'intérieur du feu et ainsi obtenir un effet plus réaliste. Pour ce faire, on applique la même technique en utilisant la fonction K générée par un ensemble de flammes plus petites, comme nous le faisons pour modéliser des couches internes de feu à la section 5.3.3. La couleur attribuée à une source est la même que la couleur de la couche de feu associée.

Chapitre 6

Résultats

Ce chapitre expose les résultats obtenus grâce à notre technique. Dans un premier temps, nous présentons des images extraites d'animations de feu. Nous analysons brièvement les caractéristiques de chacun de ces exemples. Ensuite, nous présentons certaines statistiques relatives à la production des animations.

6.1 Animations

Nous présentons maintenant certains résultats obtenus avec notre technique. Les images présentées ici sont tirées de séquences d'animation.¹ Elles ont été choisies pour illustrer certaines facettes particulières discutées dans ce mémoire. Évidemment, elles ne permettent pas de juger du réalisme de l'ensemble des animations. Les séquences d'animation complètes sont toutefois disponibles sur le web à l'adresse <http://www.iro.umontreal.ca/labs/infographie/theses/beaudoin>.

La figure 6.1(a) présente la propagation uniforme d'un front de feu sur une sphère. Les points (difficilement discernables vue la taille des images) représentent les sommets du front de feu. Il est possible de remarquer que la densité de sommets sur le front reste constante au cours de l'animation. Ceci nous permet de nous assurer que les segments joignant ces sommets se trouvent toujours sur la surface de l'objet.

La figure 6.1(a) présente aussi les squelettes des flammes utilisés pour modéliser le feu. On peut remarquer la naissance des flammes et le mouvement chaotique des squelettes. Dans la séquence complète, on peut aussi observer la disparition des flammes.

¹Nous inscrivons sur chaque image un nombre correspondant à sa position dans la séquence d'animation.

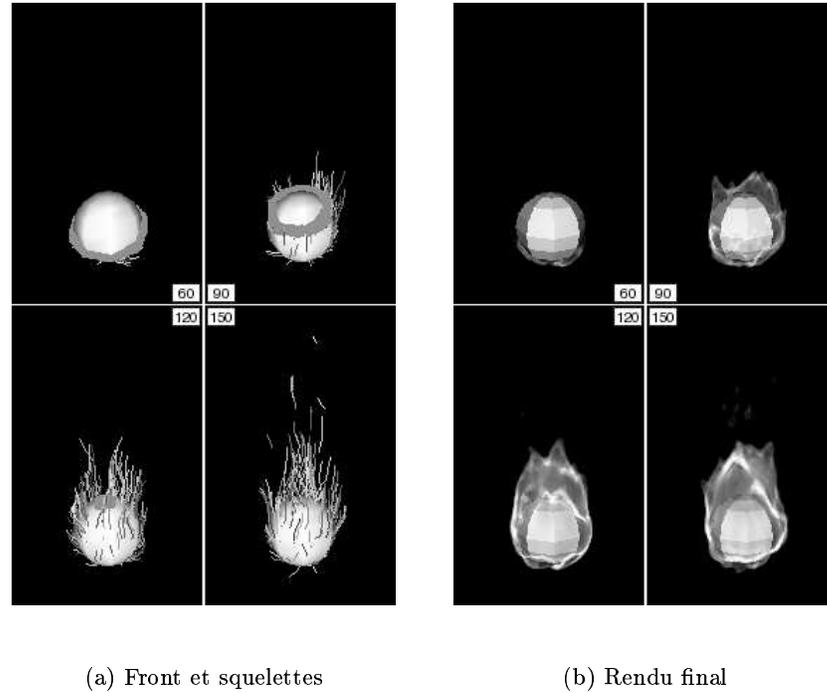


FIG. 6.1: Feu sur une sphère.

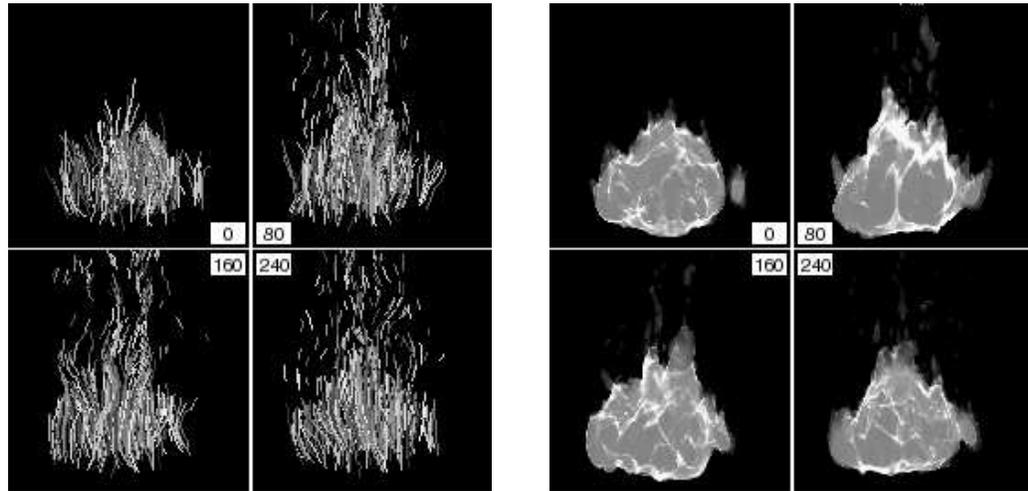
Nous remarquons finalement que, sous la sphère, les squelettes suivent la surface alors que sur la sphère, les squelettes se dirigent vers le haut.

La figure 6.1(b) montre une partie de la séquence d'animation finale. Dans cette séquence, le feu a été modélisé en utilisant quatre surfaces implicites. La couche extérieure, jaune et plus opaque est suivie d'une couche orangée, d'une couche rouge, puis finalement d'une couche interne transparente.

La figure 6.2(a) est un extrait de l'animation des squelettes utilisés pour un feu de camp. Ici on peut apercevoir clairement le détachement des flammes. La figure 6.2(b) présente le rendu final du même extrait. Les flammes libres sont un peu moins apparentes car elles sont petites et deviennent pâles lors du rendu par tracé de rayons. Elles influencent cependant de façon importante l'animation en ajoutant des variations de teintes à l'intérieur du volume de feu.

La figure 6.3 montre que la technique présentée s'adapte bien au rendu d'une flamme unique. Dans cette séquence, 5 squelettes de différentes longueurs ont été utilisés. Un vent variable dirigé vers la droite a été introduit.

La figure 6.4(a) montre la propagation non-uniforme d'un front de feu le long d'un



(a) Squelettes

(b) Rendu final

FIG. 6.2: Feu de camp.

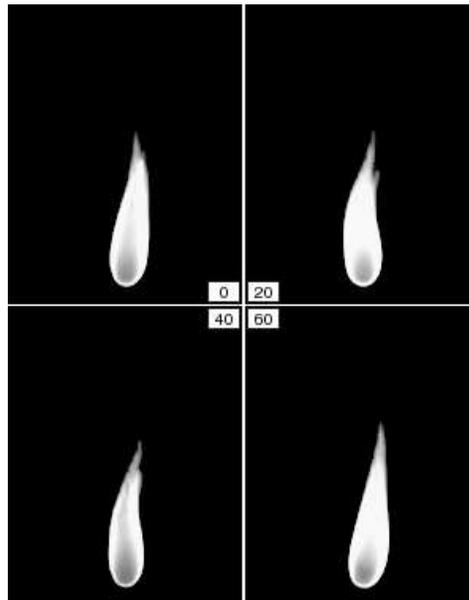


FIG. 6.3: Flamme de chandelle.

TAB. 6.1: Statistiques et temps de calcul par image pour quelques animations.

<i>Séquence</i>	<i>Front</i>	<i>Squelettes</i>	<i>Marching cubes</i>	<i>Rendu</i>
Figure 6.1	0.061s (0.1%)	0.240s (0.4%)	17.116s (33.1%)	34.296s (66.4%)
Figure 6.2	—	0.328s (0.6%)	16.619s (30.4%)	37.721s (69.0%)
Figure 6.3	—	0.010s (< 0.1%)	5.848s (19.7%)	23.872s (80.3%)
Figure 6.4	0.484s (0.4%)	0.797s (0.7%)	26.390s (21.7%)	93.746s (77.2%)
Figure 6.5	0.524s (100%)	—	—	—

mur. Sur cette séquence, on peut remarquer l'effet de la gravité déformant le front. La figure 6.4(b) montre l'animation des squelettes associés à cette propagation. La figure 6.4(c) montre le rendu final.

La figure 6.5 montre la technique de propagation sur un objet plus complexe. L'objet original a dû être légèrement modifié pour respecter les propriétés énoncées à la section 3.2. Dans cette séquence, on peut remarquer que le front subit des croisements susceptibles de causer des problèmes lors de l'utilisation conjointe avec la technique de placement et d'animation des squelettes. D'ailleurs, la succession de ces croisements augmente de façon importante la longueur du front. Pour éviter des temps de calcul trop long et pour nous assurer que le front reste bien visible, nous n'avons réalisé que la première partie de l'animation.

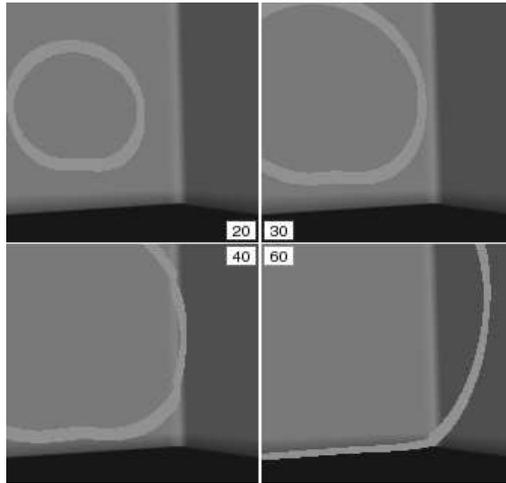
6.2 Statistiques

Le tableau 6.1 présente les temps de calcul moyens requis pour chacune des images des séquences présentées. Le temps de calcul d'une image a été divisé en quatre parties :

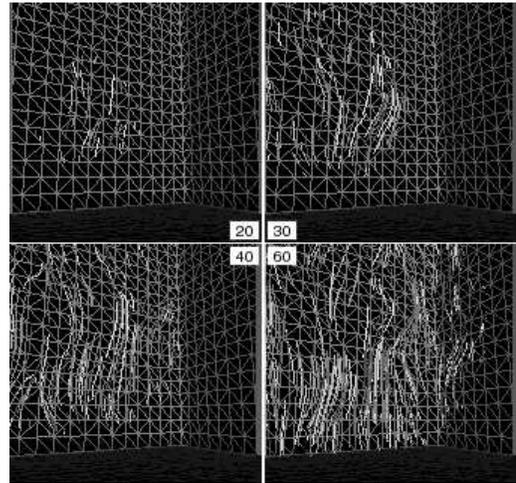
- Le temps requis au déplacement et à l'ajustement du nouveau front de feu,
- Le temps nécessaire à l'animation des squelettes et à la création de flammes libres,
- Le temps requis pour appliquer la technique des *marching cubes*,
- Le temps nécessaire au rendu par tracé de rayons.

Nous indiquons aussi le pourcentage du temps alloué à chacune de ces tâches lors de la réalisation de l'animation.

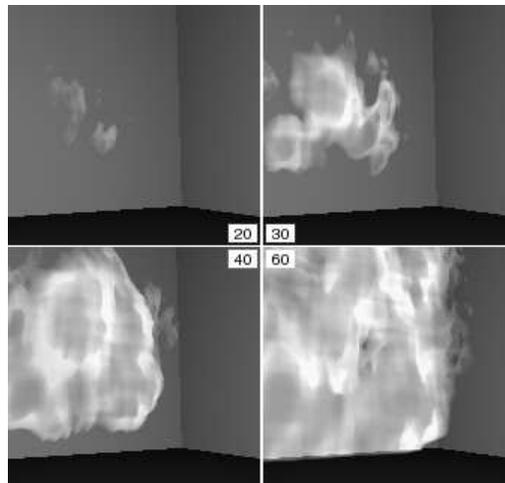
Ces résultats montrent clairement que l'étape la plus coûteuse est le rendu des images par tracé de rayons. Dans le cadre de ce travail, nous n'avons que peu optimisé cette étape. Il serait probablement possible d'optimiser l'algorithme de tracé de rayons ou d'utiliser une technique de rendu plus rapide.



(a) Front de feu



(b) Squelettes



(c) Rendu final

FIG. 6.4: Feu le long d'un mur.

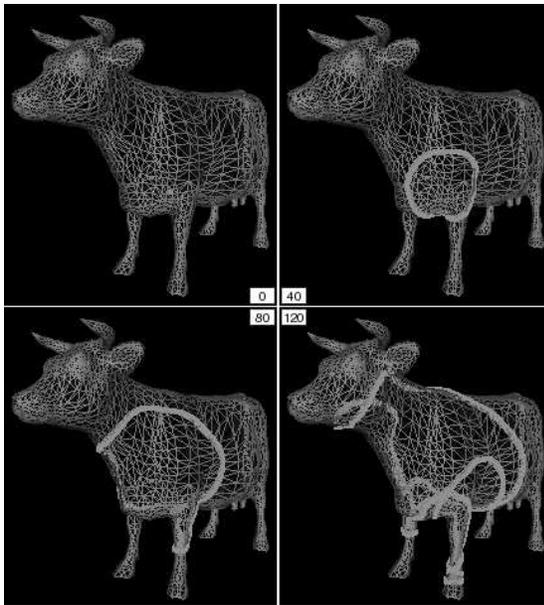


FIG. 6.5: Propagation sur un objet complexe.

Chapitre 7

Conclusion

Le mouvement du feu et des flammes a toujours fasciné l'homme. Le feu est cependant destructeur et son grand dynamisme le rend difficile à contrôler. Il n'est donc pas toujours possible de réaliser un feu réel reproduisant un comportement désiré. Les effets synthétiques contournent ce problème et facilitent la réalisation d'effets visuels reliés au feu.

Nous avons présenté une méthode permettant de réaliser de tels effets. Notre technique simule la propagation du feu sur un objet polygonal, réalise l'animation du feu et des flammes et effectue la modélisation et le rendu du feu. Pour chacune de ces facettes, nous avons tenté d'identifier les facteurs essentiels affectant le plus le réalisme du mouvement et des images. La technique proposée offre un contrôle efficace et flexible à l'infographiste tout en tentant de limiter au maximum la charge de travail requise à la réalisation d'un effet particulier. Pour ce faire, nous avons opté pour une méthode située à mi-chemin entre une simulation purement physique et une approche traditionnelle par *keyframing*.

La propagation utilise un front de feu permettant de délimiter la partie de la surface touchée par les flammes. Ce front est composé de particules contraintes à rester sur les polygones de l'objet. De plus, la technique proposée s'assure que tous les segments joignant les particules du front se trouvent eux aussi à la surface de l'objet. Nous avons ensuite présenté une méthode de propagation uniforme qui permet une croissance régulière du front au cours du temps. Nous avons finalement proposé quelques modifications permettant d'obtenir une propagation dépendante de certains facteurs comme la gravité, la présence de matériau plus ou moins inflammable ainsi que la grandeur des

angles aux arêtes de l'objet.

Pour réaliser l'animation du feu, nous avons choisi de représenter le feu comme un ensemble de flammes. Chacune de ces flammes est représentée par un squelette composé d'une séquence plus ou moins longue de segments de droite. Ces squelettes sont animés de façon à reproduire le caractère chaotique et turbulent du feu en tenant compte de divers facteurs comme le vent ou la gravité. Le détachement de flammes secondaires est aussi présenté, capturant une facette supplémentaire présente dans le mouvement du feu. Nous expliquons ensuite comment utiliser l'algorithme de propagation conjointement avec la méthode d'animation pour obtenir une combustion progressive d'un objet polygonal. Finalement, nous introduisons la notion de combustible qui permet de réguler la disparition des flammes.

La modélisation du feu, quant à elle, utilise une surface implicite dépendante du squelette de chacune des flammes. Nous avons décrit comment obtenir une fonction représentant la surface implicite pour une flamme unique ainsi que pour un feu complet. Cette fonction permet la création d'une surface lisse tout en conservant les pics distincts visibles dans le feu. Nous avons aussi expliqué brièvement la technique des *marching cubes* permettant de convertir cette fonction en surface implicite. Une optimisation de cette technique permettant d'en accélérer l'exécution pour un feu complexe a ensuite été présentée. Nous avons finalement expliqué une méthode de rendu par tracé de rayons ainsi qu'une technique d'illumination adaptée à notre problème.

7.1 Améliorations et extensions

Dans cette section, nous analysons les avenues de recherche ouvertes par ce travail. Nous présentons aussi une série d'améliorations et d'extensions envisageables pour faire suite à nos travaux.

7.1.1 Considération de nouveaux facteurs pour la propagation

La technique de propagation non-uniforme proposée considère l'effet de la gravité, de la courbure ainsi que la présence de matériau plus ou moins inflammable. Plusieurs autres critères pourraient aussi être considérés. Nous en énumérons quelques uns.

La présence de vent peut favoriser une direction de propagation. Il serait possible de considérer ce facteur en augmentant la vitesse des particules du front se dirigeant

dans le même sens que le vent et en diminuant la vitesse de celles se dirigeant contre le vent.

Dans la section 3.5.2 nous indiquons que la courbure de la surface joue un rôle car elle nous indique si plus ou moins d'oxygène est disponible pour la combustion en certains endroits. D'autres facteurs géométriques influencent cette quantité d'oxygène. Par exemple, l'oxygène disponible à l'intérieur d'un puit très étroit est faible. Cette caractéristique n'est pas considérée par notre critère de courbure et le feu se propagera plus rapidement qu'il ne le devrait.

7.1.2 Détection et correction des croisements du front

Un des principaux problèmes de la technique de propagation par front de feu actuellement proposée est qu'une surface sur laquelle des flammes ont déjà été générées peut être traversée une seconde fois par le front qui y déposera de nouvelles flammes. Ainsi, certains endroits de la surface risquent d'avoir une plus grande densité de flammes et d'utiliser plus rapidement leur carburant. Visuellement, ceci se traduit par une augmentation locale inappropriée de la force du feu ainsi que par une extinction trop rapide du feu en certains endroits.

Comme le front est en constante expansion, ce double passage est seulement dû aux croisements qu'il subit. Une avenue de recherche future serait donc de détecter et corriger ces croisements. Cette correction pourrait induire la création de fronts distincts se déplaçant indépendamment.

Un autre avantage de la correction de croisements est qu'elle nous permettrait d'éliminer les erreurs lors du calcul de l'orientation des vitesses normales après chaque pas de temps. De cette façon, la propagation non-uniforme pourrait être réalisée plus adéquatement (voir section 3.5.4).

Finalement, la détection et la correction de croisements pourrait permettre de diminuer le temps de calcul de la propagation sur des objets complexes. En effet, bien que la détection de croisements implique un temps de calcul supplémentaire pour deux fronts comptant le même nombre de particules, la correction de croisements contribue à réduire le nombre de particules à long terme. Sur un objet complexe, plusieurs croisements se produisent au cours de la simulation et le nombre de particules du front augmente de façon très importante. L'élimination des croisements réduirait ce nombre

de particules accélérant du même coup les temps de calcul pour les itérations suivantes.

7.1.3 Propagation entre surfaces détachées

La réalisation de propagation par front de feu ne permet pas d'effectuer la transmission du feu entre deux surfaces détachées. Plusieurs phénomènes de combustion sont fortement dominés par cet effet. Par exemple, la propagation du feu entre les branches d'un arbre comporte une part importante de transmission de feu entre des surfaces détachées.

Une avenue de recherche envisageable pour réaliser une telle propagation serait une méthode hybride combinant notre technique à une simulation sur un espace discrétisé [SF95, COMM94]. Une telle approche pourrait offrir une précision difficilement atteignable par les méthodes discrètes tout en conservant leurs caractéristiques avantageuses.

7.1.4 Propagation sur une surface courbe

Une des limitations de la technique de propagation proposée est qu'elle doit être réalisée sur un maillage polygonal. Bien que de tels maillages soient souvent disponibles ou qu'ils puissent être facilement générés à partir d'objets courbes, il pourrait être intéressant de disposer d'une méthode de propagation fonctionnant directement sur des surfaces courbes. En effet, la précision d'une telle méthode pourrait être indépendante du degré de polygonisation choisi.

L'extension de la méthode à une surface courbe (NURBS, surface de subdivision, etc.) est non-triviale. En effet, vu la nature de la surface, le front de feu ne peut maintenant plus être approximé par une série de segments de droite. Cette particularité est essentielle pour permettre à notre méthode de raffiner la précision de la courbe et ainsi de garder une densité constante de particules le long du front.

7.1.5 Utilisation de la technique de propagation à d'autres fins

Nous avons développé une technique permettant de faire progresser un front le long d'une surface polygonale. De plus, nous avons clairement caractérisé la nature des objets pour lesquels cette propagation a un bon comportement. Ces particularités font de la technique un outil intéressant pour effectuer plusieurs autres tâches.

Par exemple, il serait possible de réaliser d'autres effets surfaciques intéressants.

On peut penser entre autre à l'apparition et la croissance de taches, l'animation de la déformation d'une surface suite à un impact, la dispersion d'une gouttelette d'eau, etc.

Il serait aussi possible d'exploiter les caractéristiques plus fondamentales de la propagation uniforme. En effet, cette technique nous garantit que tous les points de l'objet seront balayés par le front. Il serait ainsi possible d'associer à chacun des points de la surface deux valeurs correspondant respectivement au temps où il a été atteint par le front ainsi qu'au point du front l'ayant touché. Une telle association, nommée paramétrisation de la surface, a de multiples applications en infographie. Elle permet entre autres d'apposer une texture sur un objet. Une étude des particularités de la paramétrisation issue de notre méthode serait sans doute intéressante.

Une autre application possible de la propagation consiste à appliquer automatiquement un champ vectoriel le long de la surface. En effet, la vitesse des points peut être utilisée pour définir un vecteur parallèle à la surface en tous points de l'objet. La génération automatique d'un tel champ vectoriel serait utile, entre autre, dans la technique de Praun *et al.* [PFH00].

7.1.6 Détection de collisions dans l'animation

La technique d'animation de flammes que nous avons suggérée est indépendante de la géométrie de la scène. La présence d'un objet n'influence donc pas le comportement des flammes. Celles-ci traversent les objets sans les contourner, un effet clairement indésirable dans le cadre de l'animation du feu.

Une technique détectant et corrigeant les collisions se produisant entre les squelettes des flammes et la géométrie de la scène pourrait permettre de pallier à ce problème. Une telle méthode, semblable dans ses fondements à celle proposée par Chiba *et al.* [COMM94], serait en mesure de montrer l'effet de flammes léchant une surface. Le petit nombre de particules liées composant les squelettes nous permet de penser que le coût de la technique pourrait être raisonnable.

La présence de géométrie n'influence pas seulement l'orientation des flammes. En effet, les turbulences seront plus importantes au voisinage d'un obstacle et les flammes auront tendance à adopter un comportement plus chaotique. Nous pourrions tenter de modéliser un tel effet en modifiant les paramètres du champ vectoriel de bruit en fonction de la proximité des obstacles.

7.1.7 Contrôle accru de l'animation

L'utilisation d'une fonction de bruit pour créer un champ vectoriel influençant l'animation des flammes offre un certain contrôle à l'infographiste. Celui-ci peut par exemple indiquer la fréquence et l'amplitude du mouvement des flammes contrôlant du même coup le caractère turbulent du feu. Cependant, il lui est impossible de modifier localement ce comportement.

Il serait intéressant d'étendre la technique d'animation de façon à permettre l'ajout de fonctions particulières en certains endroits de l'espace. Par exemple, la présence de plusieurs champs de bruit affectant des zones différentes permettrait de produire un coup de vent dans une région en laissant une autre intouchée. Il serait aussi possible d'ajouter des fonctions semblables au vortex proposé par Chiba *et al.* [COMM94]. Ces fonctions laisseraient la possibilité à l'infographiste d'agir directement sur la turbulence en certains endroits.

7.1.8 Amélioration de la technique de modélisation

La technique de modélisation du volume de feu que nous avons proposée offre des avantages sur la plupart des méthodes antérieures. Certains phénomènes ne sont cependant pas encore considérés. En effet, les seuls changements de couleurs que nous considérons sont ceux se produisant le long de couches successives centrées sur le squelette de la flamme. D'autres changements de couleurs se produisent pourtant. Par exemple, la base d'une flamme de bougie peut être légèrement bleutée. Une méthode de modélisation un peu plus complexe pourrait être développée pour considérer ce genre de changement.

À la section 5.2 nous avons mentionné que diverses formes de flammes peuvent être réalisées en superposant des squelettes de longueurs différentes. Cette manière de procéder n'est cependant pas très pratique car elle demande un travail contre-intuitif à l'infographiste. Il serait intéressant de développer une méthode permettant de modifier la forme de la flamme directement dans la formulation de la fonction représentant la surface implicite associée.

La fonction permettant de décrire la surface implicite d'une flamme est basée sur le segment de droite \mathcal{O} représentant l'orientation générale de la flamme (voir section 5.3.2). Cette particularité de la fonction fait en sorte que les propriétés désirées ne sont plus

nécessairement respectées (section 5.3.1). Il serait donc intéressant de trouver une méthode permettant de conserver la validité de ces propriétés. Une avenue intéressante serait le développement d'une fonction non-continue le long du squelette. Si la fonction est bien choisie et qu'elle peut être intégrée analytiquement il serait possible d'obtenir des flammes ayant une forme correcte et des propriétés mathématiques plus intéressantes.

Finalement, la modélisation proposée ne considère pas les effets de perturbations parfois visibles dans le feu. Ces perturbations, induites par la turbulence dans le champ vectoriel, sont bien illustrées par la méthode des *warped blobs* présentée par Stam et Fiume [SF95]. L'ajout d'une méthode semblable dans notre processus de modélisation pourrait augmenter la versatilité de notre technique en permettant la modélisation de feux plus turbulents.

7.1.9 Optimisation et extension de la technique de rendu

Nous avons souligné que la méthode de rendu utilisée n'avait été que peu optimisée dans le cadre de ce travail. Il serait possible de l'améliorer en y implantant des méthodes d'accélération déjà connues en tracé de rayons. D'autres améliorations, basées sur les particularités du rendu du feu, pourraient aussi permettre d'en augmenter la vitesse. Une étude plus poussée de ces aspects pourrait s'avérer intéressante.

La méthode que nous avons proposée pour traiter l'illumination engendrée par le feu n'a pas été implantée. Il serait intéressant de valider pratiquement la technique suggérée. Une technique d'illumination semblable à celle proposée par Dorsey *et al.* [DAG95] pourrait aussi être étudiée dans le contexte du rendu du feu.

Un avantage important de la représentation du feu par un ensemble de squelettes de flammes est qu'elle transmet beaucoup plus d'information qu'une représentation classique par système de particules. En effet, la forme, la direction générale et la déformation du feu sont directement visibles dans une image de l'ensemble des squelettes. Il serait possible d'utiliser cette information pour réaliser un rendu différent. Par exemple, l'aposition d'une image déformée par les squelettes pourrait permettre de réaliser un rendu assez rapide pour des applications en temps réel. Un tel rendu, bien que moins réaliste, pourrait s'avérer plus intéressant que le résultat des techniques actuellement disponibles. La réalisation d'un rendu non-photoréaliste à partir des squelettes de flammes

serait aussi possible.

Nous avons présenté une méthode permettant de réaliser la propagation, l'animation et le rendu du feu. Les principales contributions de cette recherche sont les suivantes :

- Propagation uniforme d'un front sur une surface polygonale,
- Caractérisation des objets pour lesquels la propagation a un bon comportement,
- Propagation non-uniforme d'un front de feu,
- Représentation du feu par un ensemble de squelettes de flammes,
- Animation des flammes composant un feu,
- Modélisation 3D d'un feu à partir de squelettes de flammes.

Nous croyons que ces contributions ouvrent des avenues de recherche intéressantes pour la réalisation d'effets de feu ou d'autres effets visuels semblables. Nous croyons aussi que certaines contributions sont plus générales et qu'elles peuvent s'appliquer dans le cadre de divers autres problèmes.

Annexe A

Preuves

Cette annexe présente tout d'abord la preuve de certains lemmes généraux qui sont utilisés dans ce document. Nous y retrouvons aussi les preuves omises du corps du document.

A.1 Lemmes généraux

Lemme A.1.1 (Produit mixte)

On nomme produit mixte de $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^3$ le produit $\mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{z})$. De plus, on a les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{z}) &= \mathbf{z} \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) = \mathbf{y} \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{x}) = \\ (\mathbf{y} \times \mathbf{z}) \cdot \mathbf{x} &= (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{z} \times \mathbf{x}) \cdot \mathbf{y} \quad . \end{aligned}$$

Preuve

Soit $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ une base orthonormale de \mathbb{R}^3 . On sait que le produit vectoriel $\mathbf{y} \times \mathbf{z}$ se définit comme :

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_j & \mathbf{y}_k \\ \mathbf{z}_i & \mathbf{z}_j & \mathbf{z}_k \end{vmatrix} .$$

Le produit mixte $\mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{z})$ peut donc s'écrire sous la forme du déterminant suivant, que l'on peut ensuite transformer en effectuant la rotation des lignes :

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x}_i & \mathbf{x}_j & \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_j & \mathbf{y}_k \\ \mathbf{z}_i & \mathbf{z}_j & \mathbf{z}_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{z}_i & \mathbf{z}_j & \mathbf{z}_k \\ \mathbf{x}_i & \mathbf{x}_j & \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_j & \mathbf{y}_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_j & \mathbf{y}_k \\ \mathbf{z}_i & \mathbf{z}_j & \mathbf{z}_k \\ \mathbf{x}_i & \mathbf{x}_j & \mathbf{x}_k \end{vmatrix}$$

Ces deux derniers déterminants correspondent respectivement à $\mathbf{z} \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y})$ et $\mathbf{y} \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{x})$. Les autres égalités découlent directement de la commutativité du produit scalaire. ■

Lemme A.1.2

Soient $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$ et non nuls alors

$$\mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) > 0.$$

Preuve

Par la règle sur le produit mixte (prop. A.1.1) :

$$\mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) = (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) = |\mathbf{x} \times \mathbf{y}|^2 > 0$$

■

Lemme A.1.3

Soient $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$ et non nuls alors

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \exists c > 0 : \mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) = c \mathbf{x}.$$

Preuve

On sait que :

$$(\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \cdot \mathbf{x} = (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \cdot \mathbf{y} = 0.$$

En supposant $\mathbf{x}, \mathbf{y} \neq 0$ et $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0$ on a que $\{\mathbf{y}, (\mathbf{x} \times \mathbf{y}), \mathbf{x}\}$ forme une base orthogonale de \mathbb{R}^3 . Aussi on sait que :

$$(\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) \cdot \mathbf{y} = (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) = (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \cdot \mathbf{y} = 0.$$

On a donc que $\{\mathbf{y}, (\mathbf{x} \times \mathbf{y}), (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y}))\}$ forme une base orthogonale de \mathbb{R}^3 . Cette base partage deux vecteurs avec la base $\{\mathbf{y}, (\mathbf{x} \times \mathbf{y}), \mathbf{x}\}$, les troisièmes vecteurs de chacune doivent donc être colinéaires :

$$\exists c \neq 0 : (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) = c \mathbf{x}.$$

Prouvons maintenant que c est strictement positif. Par la proposition A.1.2 on sait que :

$$\mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) > 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} \cdot c \mathbf{x} = c |\mathbf{x}|^2 > 0.$$

Comme $|\mathbf{x}|^2$ est nécessairement supérieur à 0 on déduit que $c > 0$. ■

Lemme A.1.4

Soient $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^3$ et non nuls alors

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0 \text{ et } \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} > 0 \quad \Rightarrow \quad (\mathbf{z} \times \mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) > 0.$$

Preuve

Supposons $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0$ et $\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} > 0$. Par les propriétés du produit mixte (prop. A.1.1), on sait que :

$$(\mathbf{z} \times \mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) = \mathbf{z} \cdot (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})).$$

Par la proposition A.1.3, il existe $c > 0$ tel que

$$\mathbf{z} \cdot (\mathbf{y} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y})) = \mathbf{z} \cdot c\mathbf{x} = c(\mathbf{x} \cdot \mathbf{z}) > 0 \quad \Rightarrow \quad (\mathbf{z} \times \mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) > 0.$$

■

A.2 Propositions relatives à la propagation du feu

Les propositions énoncées dans cette section sont relatives à la propagation du front de feu présentée au chapitre 3.

A.2.1 Déplacement d'un point du front de feu

Les propositions présentées ici illustrent les propriétés des équations de transformation de vitesse 3.5 et 3.6. Ces propriétés sont énoncées à la section 3.4.1. Pour faciliter la lecture, nous énumérons à nouveau la définition des symboles utilisés :

- \mathbf{p}_i : Point du front de feu subissant un déplacement,
- \mathbf{v}_i : Vitesse associée à \mathbf{p}_i avant qu'il ne sorte de la face,
- \mathbf{v}'_i : Vitesse associée à \mathbf{p}_i après sa sortie de la face, voir équation 3.5,
- \mathbf{q}_i : Position de \mathbf{p}_i lorsqu'il sort de la face, égal à $\mathbf{p}_i(t + \Delta t)$,
- \mathbf{a} : Vecteur parallèle à l'arête traversée par le point \mathbf{p}_i ,
- $\mathbf{N}(\mathbf{x})$: Normale interpolée en un point \mathbf{x} de la surface de l'objet,
- $\mathbf{N}(x)$: Normale à la face d'indice x ,
- f_i : Face contenant \mathbf{p}_i et \mathbf{v}_i avant qu'ils ne soient transformés,
- f'_i : Face contenant \mathbf{p}_i et \mathbf{v}'_i après transformation.

Remarquons tout d'abord que la direction dans laquelle pointe \mathbf{a} n'est pas fixée. Comme les vecteurs \mathbf{v}_i et \mathbf{a} sont tout deux dans le plan de la face f_i et qu'ils ne sont pas parallèles, on sait que $\mathbf{v}_i \times \mathbf{a}$ est non-nul et colinéaire à $\mathbf{N}(f_i)$. On choisit donc la direction de \mathbf{a} de façon à avoir la propriété suivante :

$$\exists k \neq 0 : \mathbf{v}_i \times \mathbf{a} = k\mathbf{N}(f_i). \quad (\text{A.1})$$

Proposition A.2.1

$$(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{a} > 0.$$

Preuve

Par les propriétés du produit mixte (prop. A.1.1) et l'équation A.1, on sait que :

$$(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{a} = \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot (\mathbf{v}_i \times \mathbf{a}) = \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot k\mathbf{N}(f_i) = k(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{N}(f_i)).$$

Or on sait que $k > 0$ et par l'équation 3.4 on a que $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{N}(f_i) > 0$ donc :

$$k(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{N}(f_i)) > 0 \quad \Rightarrow \quad (\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{a} > 0.$$

■

Proposition A.2.2 (Aucun retour arrière)

$$\exists k' > 0 : \mathbf{v}'_i \times \mathbf{a} = k'\mathbf{N}(f'_i).$$

Preuve

Sachant que \mathbf{v}'_i et \mathbf{a} sont dans le plan de f'_i on a que :

$$\exists k' : \mathbf{v}'_i \times \mathbf{a} = k'\mathbf{N}(f'_i).$$

Prouvons maintenant que $k' > 0$. Posons $\mathbf{x} = \mathbf{a}$, $\mathbf{y} = \mathbf{N}(f'_i)$ et $\mathbf{z} = \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i$. Par la proposition A.2.1, on sait que $\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} > 0$. De plus comme \mathbf{a} est dans le plan de la face f'_i on sait que $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0$. En appliquant la proposition A.1.4 on trouve :

$$\left((\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \times \mathbf{N}(f'_i) \right) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{N}(f'_i)) > 0.$$

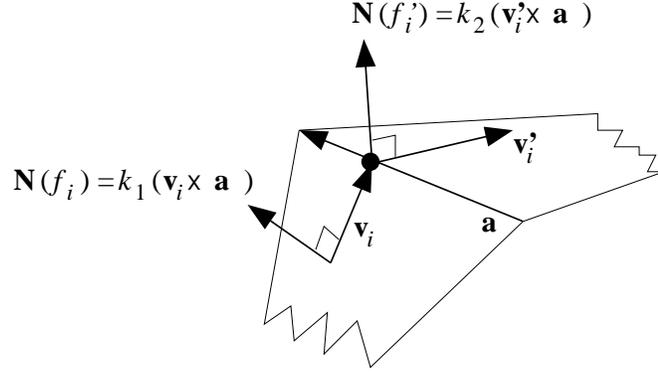


FIG. A.1: Comme $k_1 > 0$ (équation A.1), $k_2 > 0$ (proposition A.2.2) et que le vecteur \mathbf{v}_i est orienté pour sortir de la face f_i par l'arête \mathbf{a} alors le vecteur \mathbf{v}'_i est orienté de façon à ne pas sortir de la face f'_i par l'arête \mathbf{a} .

Comme $\mathbf{v}'_i = (\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \times \mathbf{N}(f'_i)$, la partie gauche de l'inégalité peut être réécrite et transformée par les règles sur le produit mixte (prop. A.1.1) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}'_i \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{N}(f'_i)) &= (\mathbf{v}'_i \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{N}(f'_i) \\
 &= k' \mathbf{N}(f'_i) \cdot \mathbf{N}(f'_i) \\
 &= k' |\mathbf{N}(f'_i)|^2 > 0 \\
 \Rightarrow k' &> 0.
 \end{aligned}$$

■

La proposition A.2.2 prouve que le vecteur \mathbf{v}'_i est non nul et qu'il se dirige de façon à ne pas sortir de la face f'_i par l'arête \mathbf{a} . Il est facile de s'en convaincre graphiquement en observant la figure A.1. Dans cette figure $k_1 > 0$ (équation A.1) et $k_2 > 0$ (proposition A.2.2) donc \mathbf{v}'_i pointe nécessairement vers l'intérieur de la face f'_i .

Proposition A.2.3

La vitesse transformée \mathbf{v}'_i est dans le même plan que \mathbf{v}_i et $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i)$. De plus :

$$\exists k'' > 0 : \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}'_i = k'' \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i.$$

Preuve

Comme $\mathbf{v}'_i = (\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \times \mathbf{N}(f'_i) \neq 0$, la vitesse transformée \mathbf{v}'_i est perpendiculaire à $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i$. De plus on sait que $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i$ est perpendiculaire aux vecteurs $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i)$ et \mathbf{v}_i .

On trouve que \mathbf{v}'_i , \mathbf{v}_i et $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i)$ sont dans un même plan car ils sont tous perpendiculaires au vecteur $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i$. On sait donc que :

$$\exists k'' \neq 0 : \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}'_i = k'' \mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i.$$

Prouvons maintenant que k'' est positif. Par la proposition A.2.2 on sait qu'on peut prendre l'arête \mathbf{a} telle que :

$$\begin{aligned} \exists k > 0 : k \mathbf{N}(f_i) &= \mathbf{v}_i \times \mathbf{a} \\ \exists k' > 0 : k' \mathbf{N}(f'_i) &= \mathbf{v}'_i \times \mathbf{a}. \end{aligned}$$

Or par l'équation 3.4 on sait que $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot k' \mathbf{N}(f'_i) > 0$, donc que $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \cdot (\mathbf{v}'_i \times \mathbf{a}) > 0$. Par les règles sur le produit mixte (prop. A.1.1) on obtient $(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}'_i) \cdot \mathbf{a} > 0$. Or on sait que :

$$\exists k'' \neq 0 : (\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}'_i) \cdot \mathbf{a} = k'' (\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{a} > 0.$$

Par l'équation 3.4 et la proposition A.1.1 on trouve aussi que $(\mathbf{N}(\mathbf{q}_i) \times \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{a} > 0$, donc que $k'' > 0$. ■

Corollaire A.2.4 (Vitesse inchangée entre des faces coplanaires)

Si $\mathbf{N}(f_i) = \mathbf{N}(f'_i)$ alors $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}'_i$.

Preuve

On sait que \mathbf{v}'_i , \mathbf{v}_i et $\mathbf{N}(\mathbf{q}_i)$ sont tous dans un même plan \mathcal{P} . De plus par l'équation 3.4, on sait que ce plan n'est pas parallèle aux faces f_i et f'_i . On a donc que \mathbf{v}_i est sur l'intersection du plan \mathcal{P} et de la face f_i tandis que \mathbf{v}'_i est sur l'intersection du plan \mathcal{P} et de la face f'_i . Comme $\mathbf{N}(f_i) = \mathbf{N}(f'_i)$, les vecteurs \mathbf{v}_i et \mathbf{v}'_i sont colinéaires. Par l'équation 3.6, on sait que leurs normes sont égales et par la proposition A.2.2 on sait qu'ils sont orientés dans la même direction. On a donc que $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}'_i$. ■

A.2.2 Ajustement du front de feu

Les propositions suivantes touchent à l'ajustement du front de feu pour qu'il respecte la condition 3.1. Ces propositions sont utilisées à la section 3.4.2. Pour faciliter la lecture,

nous énumérons à nouveau la définition des symboles utilisés :

- \mathbf{s} : Sommet traversé par le point lors de la sortie de la face,
- \mathbf{v}_s : Vitesse du point avant sa transformation,
- f_0, f_1, \dots, f_{m-1} : Les m faces touchant au sommet \mathbf{s} ,
- $\mathbf{T}(\mathbf{x})$: Transforme la vitesse \mathbf{x} de la face i à la face $i + 1$,
- $\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{x})$: Transforme la vitesse \mathbf{x} de la face i à la face $i - 1$,
- $\mathbf{T}^k(\mathbf{x})$: Composition de k opérations $\mathbf{T}(\mathbf{x})$,
- $\mathbf{T}^{-k}(\mathbf{x})$: Composition de k opérations $\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{x})$,
- $\mathbf{N}(\mathbf{x})$: Normale interpolée en un point \mathbf{x} de la surface de l'objet,
- $\mathbf{N}(x)$: Normale à la face d'indice x .

Si la vitesse \mathbf{v}_s est sur la face f_i , on peut écrire les opérations $\mathbf{T}(\mathbf{v}_s)$ et $\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s)$ comme :

$$\begin{aligned}\mathbf{T}(\mathbf{v}_s) &= \ell_{|\mathbf{v}_s|}(\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{v}_s) \times \mathbf{N}(f_{i+1}), \\ \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s) &= \ell_{|\mathbf{v}_s|}(\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{v}_s) \times \mathbf{N}(f_{i-1}).\end{aligned}$$

Proposition A.2.5

Soit un point \mathbf{s} sur un sommet comptant m faces et \mathbf{v}_s un vecteur parallèle à une de ces faces alors :

$$\mathbf{T}^{m-1}(\mathbf{v}_s) = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s).$$

Preuve

Sans perte de généralité, on peut supposer que \mathbf{v}_s est sur f_0 . On sait que les facteurs multiplicatifs $\ell_{|\mathbf{v}_s|}$ sont choisis pour que $|\mathbf{T}^{m-1}(\mathbf{v}_s)| = |\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s)| = |\mathbf{v}_s|$. Il s'agit donc maintenant de prouver que les vecteurs finaux sont colinéaires et orientés dans la même direction :

$$\exists k > 0 : \mathbf{T}^{m-1}(\mathbf{v}_s) = k\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s).$$

On sait que :

$$\mathbf{T}^{m-1}(\mathbf{v}_s) = \ell_{|\mathbf{v}_s|} \left(\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \left((\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{T}^{m-3}(\mathbf{v}_s)) \times \mathbf{N}(f_{m-2}) \right) \right) \times \mathbf{N}(f_{m-1})$$

avec $\ell_{|\mathbf{v}_s|} > 0$. Or la proposition A.2.3 nous montre que $\mathbf{N}(\mathbf{s})$, $\mathbf{T}^{m-3}(\mathbf{v}_s)$ et $(\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{T}^{m-3}(\mathbf{v}_s)) \times \mathbf{N}(f_{m-2})$ sont dans un même plan et que :

$$\exists k' > 0 : \mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \left((\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{T}^{m-3}(\mathbf{v}_s)) \times \mathbf{N}(f_{m-2}) \right) = k' \mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{T}^{m-3}(\mathbf{v}_s).$$

On a donc que :

$$\exists k' > 0 : \mathbf{T}^{m-1}(\mathbf{v}_s) = \ell_{|\mathbf{v}_s|} k' (\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{T}^{m-3}(\mathbf{v}_s)) \times \mathbf{N}(f_{m-1}).$$

En réappliquant plusieurs fois, et comme $\ell_{|\mathbf{v}_s|}$ est positif, on obtient :

$$\exists k > 0 : \mathbf{T}^{m-1}(\mathbf{v}_s) = k (\mathbf{N}(\mathbf{s}) \times \mathbf{v}_s) \times \mathbf{N}(f_{m-1}) = k \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v}_s).$$

■

Corollaire A.2.6

Soit un point \mathbf{s} sur un sommet comptant m faces et un vecteur \mathbf{v}_s parallèle à une de ces faces :

$$\mathbf{T}^i(\mathbf{v}_s) = \mathbf{T}^{-m+i}(\mathbf{v}_s).$$

De plus tous les vecteurs $\mathbf{T}^i(\mathbf{v}_s)$ sont coplanaires et ce plan contient $\mathbf{N}(\mathbf{s})$.

Preuve

La première partie du corollaire découle directement de l'application successive du résultat de la proposition A.2.5. La seconde partie du corollaire est obtenue par la proposition A.2.3 qui dit que \mathbf{v}_s , $\mathbf{T}(\mathbf{v}_s)$ et $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ sont tous dans un même plan. ■

A.3 Propositions relatives à la modélisation du feu

Les propositions énoncées dans cette section sont relatives à la modélisation du feu par une fonction implicite présentée au chapitre 5.

Proposition A.3.1

Soit la fonction G définie par :

$$G(x) = \frac{b(e^x - 1)}{e^b - 1}$$

avec b une valeur réelle strictement positive. On a que $G(0) = 0$, $G(b) = b$, $x > 0 \Rightarrow G(x) > 0$ et $x < b \Rightarrow G(x) < x$.

Preuve

On voit directement que $G(0) = 0$ et $G(b) = b$. Comme $b > 0$, si on prend $x > 0$ on a que $e^x, e^b > 1$ donc que $G(x) > 0$. Il reste à montrer que $x < b \Rightarrow G(x) < x$ ce qui est équivalent à prouver que $(e^x - 1)/x < (e^b - 1)/b$. En développant les exponentielles en série de Taylor on obtient :

$$\frac{e^x - 1}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{x n!} - \frac{1}{x} = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n!}, \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{e^b - 1}{b} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b^n}{b n!} - \frac{1}{b} = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b^{n-1}}{n!}. \quad (\text{A.3})$$

Si on prend $x < b$ alors pour tout $n \geq 2$,

$$\frac{x^{n-1}}{n!} < \frac{b^{n-1}}{n!}.$$

Chacun des termes de la somme de l'équation A.2 est donc strictement inférieur au terme correspondant de la somme de l'équation A.3. On peut donc écrire l'inégalité suivante :

$$1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n!} < 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b^{n-1}}{n!} \implies G(x) < x.$$

■

Bibliographie

- [BB97] J. Bloomenthal et C. Bajaj. *Introduction to implicit surfaces*. Morgan Kaufmann, San Francisco, California, 1997.
- [BHW94] D. E. Breen, D. H. House et M. J. Wozny. « Predicting the drape of woven cloth using interacting particles ». Dans *SIGGRAPH 1994 Conference Proceedings*, pages 365–372, juillet 1994.
- [Bli82] J. F. Blinn. « Light reflection functions for simulation of clouds and dusty surfaces ». Dans *SIGGRAPH 1982 Conference Proceedings*, volume 16, pages 21–29, juillet 1982.
- [BW98] D. Baraff et A. Witkin. « Large steps in cloth simulation ». Dans *SIGGRAPH 1998 Conference Proceedings*, pages 43–54, juillet 1998.
- [CGM91] M. M. Cerimele, F. R. Guarguaglini et L. Moltedo. « Visualizations for a numerical simulation of a flame diffusion model ». *Computers and Graphics*, volume 15, numéro 2, pages 231–235, 1991.
- [COMM94] N. Chiba, S. Ohkawa, K. Muraoka et M. Miura. « Two-dimensional visual simulation of flames, smoke and the spread of fire ». *The Journal of Visualization and Computer Animation*, volume 5, numéro 1, pages 37–54, janvier–mars 1994.
- [DAG95] J. Dorsey, J. Arvo et D. Greenberg. « Interactive design of complex time dependent lighting ». *IEEE Computer Graphics and Applications*, volume 15, numéro 2, pages 26–36, mars 1995.
- [ECP94] D. Ebert, W. Carlson et R. Parent. « Solid spaces and inverse particle systems for controlling the animation of gases and fluids ». *The Visual Computer*, volume 10, numéro 4, pages 179–190, 1994.

- [FM97] N. Foster et D. Metaxas. « Modeling the motion of a hot, turbulent gas ». Dans *SIGGRAPH 1997 Conference Proceedings*, pages 181–188, août 1997.
- [FvFH90] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner et J. F. Hughes. *Computer graphics, principles and practice*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, deuxième édition, 1990. Overview of research to date.
- [GB95] J. F. Griffiths et J. A. Barnard. *Flame and combustion*. Blackie Academic & Professional, London, troisième édition, 1995.
- [Gla89] A. Glassner. *An introduction to ray tracing*. Academic Press, 1989.
- [Gos90] M. E. Goss. « A real time particle system for display of ship wakes ». *IEEE Computer Graphics and Applications*, volume 10, numéro 3, pages 30–35, mai 1990.
- [Gou71] H. Gouraud. « Continuous shading of curved surfaces ». *IEEE Transactions on Computers*, volume C-20, numéro 6, pages 623–629, juin 1971.
- [HE94] T. L. Hilton et P. K. Egbert. « Vector fields : an interactive tool for animation, modeling and simulation with physically based 3D particle systems and soft objects ». *Computer Graphics Forum*, volume 13, numéro 3, pages 329–338, 1994.
- [Ina89] M. Inakage. « A simple model of flames ». Dans *Proceedings of Computer Graphics International 1989*, pages 71–81, 1989.
- [KV84] J. T. Kajiya et B. P. Von Herzen. « Ray tracing volume densities ». Dans *SIGGRAPH 1984 Conference Proceedings*, volume 18, pages 165–174, juillet 1984.
- [LC87] W. E. Lorensen et H. E. Cline. « Marching cubes : A high resolution 3D surface construction algorithm ». Dans *SIGGRAPH 1987 Conference Proceedings*, volume 21, pages 163–169, juillet 1987.
- [MH99] T. Möller et E. Haines. *Real-Time Rendering*. A K Peters, Natick, MA, 1999.
- [MS95] P. W. C. Maciel et P. Shirley. « Visual navigation of large environments using textured clusters ». Dans *1995 Symposium on Interactive 3D Graphics*, pages 95–102, avril 1995.
- [Par82] Paramount. « Star trek II : The wrath of khan ». film, juin 1982.

- [Per85] K. Perlin. « An image synthesizer ». Dans *SIGGRAPH 1985 Conference Proceedings*, volume 19, pages 287–296, juillet 1985.
- [PFH00] E. Praun, A. Finkelstein et H. Hoppe. « Lapped textures ». Dans *SIGGRAPH 2000 Conference Proceedings*, pages 465–470, juillet 2000.
- [Pho75] B. T. Phong. « Illumination for computer generated pictures ». *Communications of the ACM*, volume 18, numéro 6, pages 311–317, juin 1975.
- [Pla99] E. Plante. « Mouvements et interactions de la chevelure par mèches déformables ». Mémoire de maîtrise, Université de Montréal, 1999.
- [PP94] C. H. Perry et R. W. Picard. « Clustering and volume scattering for hierarchical radiosity calculations ». Dans *Fifth Eurographics Workshop on Animation and Simulation*, pages 105–117, septembre 1994.
- [RB85] W. T. Reeves et R. Blau. « Approximate and probabilistic algorithms for shading and rendering structured particle systems ». Dans *SIGGRAPH 1985 Conference Proceedings*, volume 19, pages 313–322, juillet 1985.
- [Ree83] W. T. Reeves. « Particle systems – a technique for modeling a class of fuzzy objects ». *ACM Trans. Graphics*, volume 2, pages 91–108, avril 1983.
- [RHC95] H. Rushmeier, A. Hamins et M. Y. Choi. « Volume rendering of pool fire data ». *IEEE Computer Graphics and Applications*, volume 15, numéro 4, pages 62–67, juillet 1995.
- [SA93] L. A. Shirman et S. S. Abi-Ezzi. « The cone of normals technique for fast processing of curved patches ». Dans *Proceedings of Eurographics 1993*, pages 261–272, Oxford, UK, 1993. Blackwell Publishers.
- [SF93] J. Stam et E. Fiume. « Turbulent wind fields for gaseous phenomena ». Dans *SIGGRAPH 1993 Conference Proceedings*, volume 27, pages 369–376, 1993.
- [SF95] J. Stam et E. Fiume. « Depicting fire and other gaseous phenomena using diffusion processes ». Dans *SIGGRAPH 1995 Conference Proceedings*, pages 129–136, août 1995.
- [Sim90] K. Sims. « Particle animation and rendering using data parallel computation ». Dans *SIGGRAPH 1990 Conference Proceedings*, volume 24, pages 405–413, août 1990.

- [SSSE00] A. Schodl, R. Szeliski, D. H. Salesin et I. Essa. « Video textures ». Dans *SIGGRAPH 2000 Conference Proceedings*, pages 489–498, juillet 2000.
- [TTC97] J. Takahashi, H. Takahashi et N. Chiba. « Image synthesis of flickering scenes including simulated flames ». *IEICE Transactions on Information Systems*, volume E80-D, numéro 11, pages 1102–1108, 1997.
- [WH91] J. Wejchert et D. Haumann. « Animation aerodynamics ». Dans *SIGGRAPH 1991 Conference Proceedings*, volume 25, pages 19–22, juillet 1991.
- [Whi80] T. Whitted. « An improved illumination model for shaded display ». *Communications of the ACM*, volume 23, numéro 6, pages 343–349, juin 1980.

