Université de Montréal

Mouvements et interactions de la chevelure par mèches déformables

par

Éric Plante

Département d'informatique et de recherche opérationnelle

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en informatique

décembre 1999

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé

Mouvements et interactions de la chevelure par mèches déformables

présenté par

Éric Plante

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Neil Stewart, président du jury
Pierre Poulin, directeur de recherche
Jean Meunier, membre du jury

Sommaire

L'animation de la chevelure est aujourd'hui un des obstacles majeurs à la production de personnages de synthèse réalistes. Les techniques publiées à ce jour peuvent produire des résultats satisfaisants dans un nombre limité de cas, par exemple où la chevelure demeure relativement courte et simple. Par contre, ces techniques ne peuvent tenir compte convenablement des mouvements causés par les cheveux s'appuyant les uns sur les autres.

Le présent ouvrage propose une approche nouvelle à l'animation de la chevelure où un traitement par mèches de cheveux permet d'approximer ces phénomènes. La mèche prend ici la définition d'un ensemble de cheveux adjacents sur le scalp. Plutôt que d'animer les cheveux un à un, notre méthode propose de modéliser la déformation du volume contenant cet ensemble pour déduire le mouvement des cheveux qui le composent. Cette mèche est conçue à la manière de certains modèles à couches, c'est-à-dire qu'elle possède un squelette dictant le mouvement principal de la mèche, et une enveloppe déformable capable d'exercer des forces sur ce squelette lorsqu'elle rencontre la surface de la tête par exemple. Les mèches peuvent donc se déformer sous l'effet de forces, et peuvent également s'appuyer les unes contre les autres ou encore s'interpénétrer en imitant la friction résultante entre les cheveux les composant. Il est possible de raffiner cette approximation de façon adaptative. S'il est déterminé que l'approximation au mouvement de la chevelure obtenue avec une mèche n'est pas assez précise, cette mèche peut être subdivisée en deux mèches coïncidentes sur le scalp contenant chacune une partie des cheveux de la mèche originale.

Les résultats de cette méthode ainsi que quelques améliorations possibles sont également présentées à la fin de l'ouvrage.

Mots-clés : animation, animation par modèles physiques, intégration d'Euler, masses-ressorts, chevelure.

Table des matières

Liste des tableaux

Table des figures

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier ma copine, Stéphanie, pour sa patience et sa compréhension. Mes remerciements vont également à mes parents, particulièrement pour m'avoir fourni puis donné accès à un enseignement de qualité.

Ces travaux n'auraient pu être réalisés sans l'aide de mon directeur, Pierre Poulin, qui consacre un temps considérable à ses étudiants tant du premier cycle que des cycles supérieurs. Non plus sans Marie-Paule Cani, professeure à l'Institut National Polytechnique de Grenoble et chercheur du groupe iMAGIS-GRAVIR de l'IMAG, qui a apporté à ce projet sa grande compétence dans le domaine de l'animation. Leur aide a été fort appréciée au cours de ma maîtrise.

Je me dois de mentionner mes collègues de laboratoire, toujours intéressés par les problèmes mathématiques et algorithmiques de leurs confrères, et même par les problèmes de personne. En particulier, je tiens à remercier les vieux : Martin Blais pour ses opinions sur n'importe quoi et pour avoir fait le «shift de nuit» avec Marie-Claude Frasson et moi ; Marie-Claude, pour avoir dormi plus que moi pendant les cours ; Normand Brière, pour ses idées «géniales» et «sublimes» ; Patrick Fournier et Mathieu Ouimet, pour le ridicule en général et la production de «Reggae Night» en particulier.

Les studios Taarna et le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), via un projet stratégique en partenariat avec le laboratoire d'informatique graphique de l'Université de Montréal, ont participé financièrement à la réalisation de ces travaux. Le centre Jacques Cartier de l'Université Lumière Lyon 2 a rendu possible mon séjour au laboratoire iMAGIS à Grenoble.

Yamaha, par la mise en marché au début des années 80 des premières motocyclettes à cylindrée moyenne avec propulsion à cardan, a rendu plus agréables mes déplacements quotidiens

tout au long des portions de ces recherches s'étant déroulées au-dessus du point de congélation.

Le travail de l'ensemble des personnes responsables de l'élaboration du système d'exploitation Linux m'a permis de bénéficier gratuitement d'un environnement logiciel de haute qualité. De la même manière, il convient de remercier les auteurs des compilateur gcc et egcs, de l'éditeur XEmacs, des logiciels de typographie TEX et de documentation LATEX, et de la librairie graphique Mesa, pour ne nommer que ceux-là.

Finalement, je tiens à ne pas remercier du tout Monsieur Pierre Saint-Germain, bachelier et professeur de physique au Collège de l'Outaouais, qui a jugé que je n'étais pas fait pour les sciences.

Conventions de notation

Les vecteurs dans les équations sont de dimension 3, et sont des vecteurs colonne, à moins d'indication contraire. Un vecteur v est noté $\vec{v}$, et sa norme est notée $\|\vec{v}\|$, et s'il s'agit d'un vecteur ligne, il sera toujours explicitement transposé $\vec{v}^{\,T}$. Une matrice $\boldsymbol{M}$ quant à elle est représentée par une lettre majuscule, et un scalaire s, par une lettre minuscule. Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{v}_i$ et $\vec{v}_j$ est noté $\vec{v}_i \cdot \vec{v}_j$, et leur produit vectoriel est noté $\vec{v}_i \times \vec{v}_j$. Un quaternion [Sho85] q est noté $\breve{q}$ et, à moins d'indication contraire, est toujours normalisé. Dans les équations impliquant des quaternions et des vecteurs, la conversion d'un à l'autre est faite implicitement en interchangeant des vecteurs $\vec{v}$ avec des quaternions dont la partie vectorielle est $\vec{v}$ et la partie scalaire est 0.

Bien que cet ouvrage n'ait recours qu'à la terminologie française, ses usages les moins courants sont accompagnés de leur traduction anglaise en italique et entre parenthèses *(in italics and between parentheses)*.

Chapitre 1

Introduction

We demand rigidly defined areas of doubt and uncertainty !

Douglas Adams, *The Hitchhiker's Guide to the Galaxy*

Il existe dans le domaine de l'intelligence artificielle un test célèbre, formulé en 1950 par Alan Turing [Tur50] et qui porte son nom : le test de Turing. Ce test consiste à mettre en communication, via un terminal, une personne avec deux interlocuteurs, un humain et une machine. Si cette personne ne peut déterminer lequel de ses deux interlocuteurs est un humain et lequel est une machine, on en conclut que la machine est intelligente.

Le résultat obtenu n'est pas le seul intérêt de ce test ; en fait, c'est sa formulation même qui est intéressante. En intelligence artificielle, elle donne un moyen de reconnaître l'intelligence humaine là où une définition explicite n'existe pas encore. On a souvent récupéré le test de Turing à cause de cette propriété. Dans le domaine du présent ouvrage, celui de l'animation générée par ordinateur appliquée au cinéma, on peut formuler notre test de Turing comme suit : une animation réussit le test si le spectateur moyen ne peut déterminer si le mouvement est d'origine naturelle ou a été calculé par ordinateur. Il est à noter que ce test de Turing modifié est approprié dans le contexte de cet ouvrage parce que l'exactitude de l'animation est sans importance. Dans le test de Turing original, il importe peu que la machine simule précisément ou non un être humain en particulier ; ce qui importe, c'est que le témoin croit qu'il s'agit d'un humain. Il en va de même pour les animations destinées au cinéma : l'objectif en est un de vraisemblance et non d'exactitude.

Ce test de Turing modifié peut facilement être réussi pour des animations très simples. Des méthodes pour synthétiser de façon convaincante le mouvement d'une boule de billard ou d'un dé à jouer par exemple sont aujourd'hui très communes [Bar97a]. Le mouvement et la déformation d'objets mous simples sont déjà beaucoup plus complexes que le mouvement d'objets rigides, puisque peu importe la méthode choisie pour les animer, le nombre de variables nécessaires pour représenter l'état de l'objet sera plus important. Dans le cas d'animations d'êtres humains synthétiques, le test de Turing est encore plus difficile à réussir. L'être humain en général s'observe assez souvent, et les petites erreurs de mouvement lui seront plus évidentes chez un humain synthétique que si on lui présente une animation d'une amibe.

Malgré les difficultés techniques et l'oeil critique du public, les succès en animation d'humains synthétiques sont nombreux. L'animation du visage par exemple est un champ de recherche aujourd'hui très actif et les résultats sont d'une qualité parfois propre à tromper l'oeil [GGW$^+$98] [PHL$^+$98].

L'animation de vêtements est aussi aujourd'hui de très bonne qualité, et les travaux récents dans ce domaine (dont ceux de Baraff et Witkin [BW98]) s'attachent maintenant plus à accélérer les calculs nécessaires qu'à améliorer la vraisemblance du mouvement, celui-ci étant déjà satisfaisant aux fins d'animation. La simulation de tissus, où le souci en est un d'exactitude plutôt que de vraisemblance, est elle aussi un champ de recherche encore actif [BHW94].

Cependant, il n'existe à ce jour que peu de méthodes d'animation de la chevelure qui soient capables de produire des résultats qu'on puisse confondre avec un mouvement réel, et ils ne s'obtiennent que dans certains cas précis. Par exemple, Anjyo *et al.* [AUK92] présentent une technique capable de produire des images convaincantes de chevelures raides, foncées, et dont la longueur n'atteint pas l'épaule. Malgré l'invitation à la recherche que présente cette méthode et d'autres présentées plus loin, les développements subséquents [DTKT93] [SG95] [AM95] n'ont pas permis d'augmenter la qualité des résultats pour le cas de chevelures plus complexes ou d'un autre type.

Pourtant, l'animation des vêtements et celle des cheveux sont deux problèmes très similaires d'un point de vue technique, puisque tous deux suggèrent l'approche de l'animation par modèles physiques. Là où elles diffèrent, c'est dans la topologie de leur représentation. Un tissu peut être discrétisé à n'importe quelle résolution (selon les besoins de l'animation), alors qu'*a priori* une chevelure doit compter au moins autant d'éléments discrets qu'il y a de cheveux. Ceci pose un obstacle important à l'adaptation des techniques employées pour les tissus, le nombre de cheveux dans une chevelure étant très important par rapport au nombre d'éléments discrets utilisés pour simuler un tissu. Cet ouvrage propose un moyen de surmonter cet obstacle.

Bien qu'un cheveu n'ait pas nécessairement une position et une forme qui soient semblables à celles de son voisin, c'est souvent le cas, et il existe donc malgré tout une «continuité partielle» dans la forme de la chevelure qui peut être exploitée afin de calculer en temps raisonnable le mouvement des cheveux. La méthode dont traite le présent ouvrage s'appuie sur cette observation pour élaborer un nouveau modèle, où l'unité animée n'est plus le cheveu individuel mais bien une mèche de la chevelure. Ainsi, l'unité de base de l'animation monte d'un niveau d'abstraction, passant d'un cheveu à un groupe de cheveux. Ce passage ouvre la porte au traitement d'interactions entre volumes de cheveux, telles que les collisions et la friction, qui ont une grande influence sur le mouvement général de la chevelure. Ces interactions, qui font agir des ensembles de cheveux les uns contre les autres, sont trop coûteuses à réaliser avec des cheveux individuels, et n'ont à ce jour jamais été traitées dans la littérature pour cette raison. En présentant cette nouvelle approche, cet ouvrage ouvre la voie à un traitement visuellement réaliste de ces interactions, permettant à ce champ de recherche de se rapprocher d'un «test de Turing» réussi.

Cet ouvrage commence par une brève introduction à l'animation par modèles physiques, où sont expliquées les techniques généralement employées pour l'animation d'objets rigides, puis celles utilisées pour les objets mous. Il est également question de diverses techniques d'évaluation de ces modèles, c'est-à-dire des façons par lesquelles on évalue les transformations à travers le temps que ces modèles font subir à une scène.

Il est ensuite question des travaux publiés en animation de la chevelure. Les diverses techniques sont présentées et accompagnées d'une discussion de leurs apports et lacunes.

Le chapitre 4 explicite le modèle proposé dans cet ouvrage, en commençant par la structure d'une seule mèche. La structure de toute une chevelure suit, incluant le traitement des interactions possibles entre les mèches ainsi que la description d'une méthode pour ajuster la complexité de la chevelure automatiquement aux besoins de l'animation. Puis, une courte section expose la façon dont sont déterminées les positions des cheveux individuels une fois la forme de la chevelure obtenue.

Suivent ensuite le chapitre 5 présentant les résultats obtenus avec la technique, le chapitre 6 traitant des extensions possibles et travaux envisagés, puis une conclusion au chapitre 7. Le lecteur trouvera en annexe la méthode utilisée pour produire des images à partir des formes de chevelure calculées par la méthode.

Chapitre 2

Travaux précédents en animation par modèles physiques

Unfortunately, no one can be told what the Matrix is [...]

Morpheus, *The Matrix*

La méthode présentée dans ce mémoire s'inscrit dans la famille des techniques d'animation par modèles physiques, c'est-à-dire celles où le mouvement est partiellement ou totalement déterminé automatiquement par l'application de règles inspirées par la physique. Ces règles sont généralement formulées de façon dynamique : par exemple, «la gravité est une force dont la norme est égale à la masse de l'objet multipliée par 9,8». Parfois cependant on utilise une autre formulation : en termes de cinétique par exemple, on aurait écrit «la gravité fait subir à tout corps une accélération dont la norme est égale à 9,8».

Ce chapitre survole les grandes classes de modèles physiques utilisés en animation et présente également une comparaison des diverses façons de déduire l'évolution d'une animation à travers le temps à partir des règles de la physique appliquées aux objets qui la composent. Le lecteur trouvera de plus amples détails à ce sujet ailleurs dans la littérature [Wit97a] [Bar97b] [Bar97a] [PFTV92].

2.1 Les objets rigides

Cette section décrit la façon dont sont généralement représentés les objets rigides en animation. Il sera d'abord question des particules, c'est-à-dire des objets de dimension infiniment petite dont le changement d'orientation n'est pas pris en compte par l'animation. Suivra une description des solides en général, puis des contraintes de position souvent utilisées sur un ensemble de solides pour en faire une chaîne de solides.

2.1.1 Les particules

Les lois de la dynamique sont généralement exprimées selon la formulation de la deuxième loi de Newton. Si on néglige l'orientation de la particule ainsi que la possibilité qu'elle tourne sur elle-même, on peut l'écrire sous la forme $\vec{f} = m\partial^2\vec{p}/\partial t^2$, où m est la masse du corps, t est le temps, $\vec{f}$ est la force totale appliquée sur la particule, et $\vec{p}$ est sa position. Dans le cas d'une animation, les forces à appliquer pour un certain état du système sont connues et l'inconnue est le changement de position. L'équation $\partial^2\vec{p}/\partial t^2 = \vec{f}/m$ nous donne la dérivée seconde de la position, alors que ce qui nous intéresse est en fait la première, et ultimement la position elle-même. Ce problème est aisément réglé en introduisant une variable supplémentaire $\vec{v}$, la vitesse de la particule. Ainsi, on peut obtenir la dérivée première de la position avec deux équations :

$$\frac{\partial\vec{p}}{\partial t} = \vec{v} \qquad\qquad \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = \frac{\vec{f}}{m}.$$

Au lieu d'essayer de tracer à travers le temps l'évolution de la position de la particule à l'aide d'une équation différentielle du second ordre, ces deux équations tracent l'évolution de sa position mais aussi de sa vitesse, à l'aide de deux équations différentielles du premier ordre. Les techniques nécessaires pour obtenir les valeurs de $\vec{p}$ et $\vec{v}$ sont décrites à la section 2.3. On peut cependant dès à présent tirer de ceci qu'un système d'animation de particules doit, pour chacune d'elles, stocker sa masse (qui ne change généralement pas au cours de l'animation) ainsi que les deux vecteurs $\vec{p}$ et $\vec{v}$.

2.1.2 Les solides rigides

Les solides sont représentés d'une manière très semblable à celle utilisée pour les particules, à ceci près qu'un solide a une orientation qu'on voudra prendre en compte dans l'animation. Pour représenter l'orientation du solide, on y attache un système de coordonnées locales dont l'origine est généralement au centre de masse de l'objet. On choisit une orientation de départ pour laquelle le référentiel[1] local est aligné au référentiel global, et lorsque l'objet pivote, on fait pivoter avec lui le référentiel local. L'orientation de l'objet peut alors être spécifiée par une matrice de changement de base ou par un quaternion [Sho85], qui font tous deux passer un point du référentiel local au référentiel global. Cette orientation doit être ajoutée à l'état du solide.

La section précédente nous indique qu'on aura également besoin de stocker la vitesse de rotation, qui est la variation de l'orientation par rapport au temps. Dans le cas linéaire, la vitesse est obtenue en multipliant l'accélération par le temps, l'accélération étant obtenue en divisant la force totale par la masse. Or, dans le cas rotationnel les choses ne sont pas aussi simples : le moment de force *(torque)*, l'équivalent rotationnel de la force, n'est pas aisément et intuitivement transformable en matrice de rotation. Cette transformation requiert que l'on connaisse une propriété additionnelle du solide, son tenseur inertiel $\boldsymbol{I}$, qui correspond intuitivement à la distribution de la masse de l'objet autour du centre de masse. Baraff [Bar97a] donne les détails des opérations nécessaires, qui sont trop complexes pour pouvoir être reproduites ici de façon brève et utile.

2.1.3 Les solides contraints et les chaînes

Une bonne part de la littérature sur l'animation des solides en infographie porte sur l'animation de chaînes rigides [AG85] [WB85] [Bar96]. Une chaîne de solides est un ensemble de contraintes de position forçant des points appartenant aux volumes de différents solides à se trouver au même endroit. En fait, ces travaux se fondent sur une importante littérature en robotique (dont traite Featherstone [Fea87]). Il existe beaucoup d'approches très différentes les unes des autres pour l'animation de chaînes de solides, selon le problème posé mais aussi selon les préférences mathématiques et physiques de chaque auteur.

[1]Le terme «référentiel» est utilisé dans ce texte comme synonyme de l'expression «système de coordonnées».

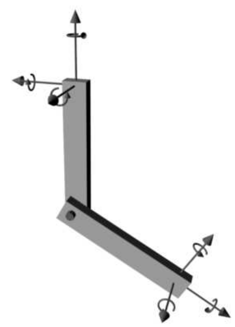

FIG. 2.1 – En coordonnées maximales, chacun des deux solides du coude a six degrés de liberté.

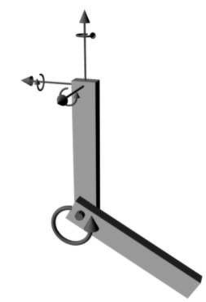

FIG. 2.2 – En coordonnées généralisées, sept degrés de liberté suffisent pour spécifier l'état de l'objet dans l'espace.

On distingue parmi les types de problèmes ceux sans boucle *(open-loop)* de ceux à boucles *(closed-loop)* où on considère la possibilité que la chaîne se touche elle-même, requérant alors un algorithme de relaxation.

Une approche pour représenter les contraintes consiste à exprimer l'état du système par coordonnées généralisées, c'est-à-dire en utilisant des coordonnées d'une dimension correspondant au nombre effectif de degrés de liberté[2] de la chaîne de solides. Le défi principal de cette méthode est de trouver la transformation par laquelle l'ensemble des $6n$ degrés de liberté des n solides est réduit à un ensemble de k degrés de liberté, $k \leq 6n$, qui représente les contraintes du système, où $6n - k$ est le nombre de contraintes indépendantes. Un exemple d'un coude composé de deux solides est donné aux figures 2.1 et 2.2. Les deux composantes du coude sont contraintes à rester attachées ensemble et ne peuvent changer d'orientation relative que selon un seul axe.

D'autres auteurs préfèrent exprimer l'état des solides en coordonnées maximales et appliquer des forces de contrainte pour faire respecter les contraintes du système. La force de contrainte est calculée après l'application de toutes les autres forces et consiste à modifier la force totale appliquée de sorte que l'objet ne subisse aucune accélération qui pousserait le solide à briser les contraintes auxquelles il est soumis. Comme l'application d'une telle force sur

[2]Le nombre de degrés de liberté d'un objet est le taille minimale de la base de l'espace des mouvements possibles pour l'objet. Une particule dans l'espace a trois degrés de liberté, et un solide non contraint en a six : trois degrés pour exprimer ses translations, et trois pour ses rotations.

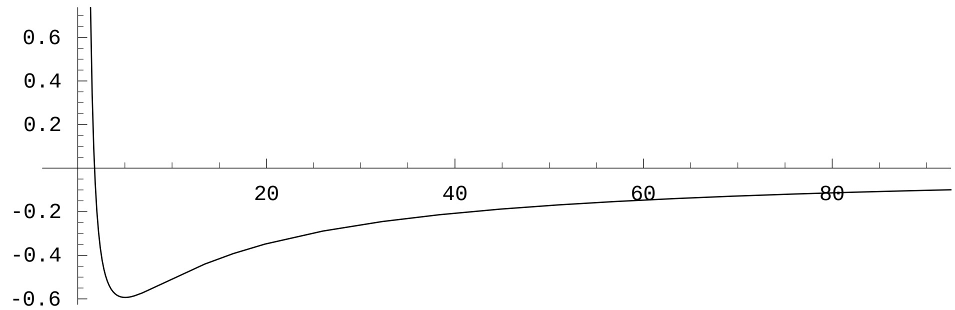

FIG. 2.3 – Les forces de Lennard-Jones sont répulsives (positives) pour des paires de particules très près l'une de l'autre, et attractives (négatives) sinon.

un des solides d'une chaîne risque de briser une contrainte ailleurs dans la chaîne, il est nécessaire de résoudre un système d'équations linéaires (pour des contraintes linéaires). Baraff [Bar96] présente une approche par forces de contraintes, accompagnée d'une discussion sur les mérites respectifs de chacune des deux approches décrites.

2.2 Animation d'objets mous

La représentation des objets mous varie énormément selon l'application. Cette section présente quelques représentations communes ou ayant marqué la littérature, en commençant par les objets les plus mous qui soient, les objets sans structure. Une brève introduction à quelques représentations d'objets mous structurés est ensuite présentée.

2.2.1 Objets non-structurés

Un objet non-structuré, au sens où on l'entend ici, est idéalement un objet où aucun élément de volume n'a de voisin immédiat qui ne doive être son voisin immédiat après un temps t, pour une valeur de $t \in \mathbb{R}$ arbitraire. Terzopoulos *et al.* [TPF89] présentent un modèle de solides pouvant fondre sous l'effet de la chaleur où le solide fondu est un objet non-structuré représenté par des particules. Ces particules exercent les unes sur les autres des forces d'interactions de Lennard-Jones (voir la figure 2.3), assurant ainsi la cohésion des particules. Cani-Gascuel et Desbruns [CGD97] présentent un modèle semblable auquel on a ajouté le traitement réaliste des collisions et fusions entre de tels solides.

2.2.2 Objets structurés

Un solide structuré est un solide où le voisinage, ou la connexité, des éléments de volume du solide est généralement constant. Cette classe d'objets est commune dans notre monde physique : un coussin, une balle de squash, la peau et les vêtements sont tous des objets mous structurés.

Degrés de liberté de déformation

Pour représenter ces objets, une technique consiste à inclure un certain nombre de déformations dans les coordonnées généralisées de l'objet. Ainsi, pour donner à l'objet la possibilité de s'étirer et de se contracter selon les trois axes canoniques, on peut ajouter à ses coordonnées généralisées trois degrés de liberté représentant ces déformations. On définit ensuite une énergie associée à la déformation qui peut être simplement élastique, ou encore qui peut être fonction de la différence de volume entre l'objet transformé et l'objet au repos. Il s'agit d'une méthode présentée par Witkin et Welch [WW90], à laquelle Baraff et Witkin [BW92] ont ensuite ajouté un traitement des collisions.

Pentland et Williams [PW89] présentent une approche très différente, passant par l'analyse des modes de résonance de l'objet. En ne conservant que les modes de résonnance dont l'amplitude est la plus importante, cette méthode permet de ne tenir compte que des déformations principales de l'objet. Alors que Witkin et Welch procèdent en ajoutant les déformations voulues à un objet, Pentland et Williams retirent en quelque sorte de toutes les déformations possibles celles qui contribueront le moins à l'animation.

Faloutsos *et al.* [FvT97] reprennent les travaux de Witkin et Welch, mais permettent à l'objet d'être divisé en sous-objets, chacun étant soumis à son propre ensemble de déformations tout en étant également soumis aux déformations de l'ensemble. Cette extension amène la possibilité d'appliquer cette technique à des objets plus complexes.

Éléments finis et différences finies

Une autre façon de déformer les solides consiste à formuler une fonction d'énergie de déformation pour le solide. Cette fonction donne l'énergie de déformation pour tout point dans le solide en observant la différence entre la position de ce point dans le solide déformé et celle dans le solide au repos. Couplée à une force de viscosité de l'objet et à l'application de forces extérieures, cette technique permet d'obtenir une déformation de solides arbitraires, c'est-à-dire de solides qui ont une structure inconnue *a priori*.

Par contre, cette fonction d'énergie est continue et doit être discrétisée dans l'espace pour pouvoir être évaluée, d'où l'utilisation de techniques d'éléments finis et de différences finies pour ces approches. Terzopoulos *et al.* [TPBF87] présentent des premiers résultats utilisant cette technique. La discrétisation procède par l'évaluation de la fonction en certains points de l'objets, ces points étant disposés en grille régulière. Metaxas et Terzopoulos [MT92] reprennent cette méthode pour y ajouter un traitement de contraintes (de non-pénétration par exemple) dans le cas où les solides sont représentés par des équations différentiables.

Chadwick *et al.* [CHP89] présentent un modèle de couche de peau dont la méthode de déformation s'approche en quelque sorte de ces méthodes par éléments finis : la couche de peau est inscrite dans une grille de masses liées par des ressorts, et la déformation de la grille est appliquée à la peau. Ainsi, cette grille fait office d'évaluation par éléments finis de la déformation de l'objet à l'intérieur de la grille.

Structures mécaniques explicites

Plusieurs autres modèles se servent explicitement de la structure de l'objet pour modéliser sa déformation. Ce sont le plus souvent des modèles spécifiques à une application qui font usage de réseaux de masses et ressorts, c'est-à-dire un réseau de particules reliées deux à deux par une force de ressort idéal correspondant à la loi de Hooke, ou trois à trois par l'équivalent angulaire d'une telle force. Par exemple, Gascuel *et al.* [GVP91] présentent un modèle à couches où la peau est modélisée par des ressorts liant la surface de la peau au squelette, offrant ainsi une résistance à l'écrasement.

Les travaux sur les tissus et les vêtements de Baraff et Witkin [BW98] utilisent une grille à deux dimensions de masses reliées par des ressorts résistant à l'étirement et à la compression. Des forces visant à contrer le cisaillement *(shear)* et le pliage *(bend)* sont aussi appliquées à une amplitude beaucoup moindre. Breen *et al.* [BHW94] prennent une approche similaire dans le but de faire une simulation précise de la position statique d'un tissu placé sur un objet.

2.3 Intégration dans le temps d'un modèle physique

Quel que soit le modèle choisi, nous disposons des informations suivantes à tout moment de l'animation :

- l'état du modèle, c'est-à-dire ses coordonnées ;
- la dérivée première de ses coordonnées par rapport au temps, c'est-à-dire la vitesse de l'évolution de ses coordonnées ;
- les forces appliquées au modèle se trouvant dans cet état à ce moment, ce qui correspond à la dérivée seconde de la position par rapport au temps lorsque ces forces sont divisées par les masses.

Cette section traite des techniques permettant de faire passer le modèle physique d'un état donné au temps t_0 à un temps $t_0 + \Delta t$. Ce Δt est choisi de façon à fournir un échantillonnage raisonnable des changements de position et de vitesse du système. Une animation est ensuite obtenue en utilisant ces techniques itérativement en fournissant comme état initial l'état obtenu lors de l'appel précédent.

Ces techniques ne sont pas l'invention du domaine de l'animation par modèles physiques. En fait, il s'agit de méthodes pour l'intégration d'équations différentielles qu'on a empruntées à l'analyse numérique et qui sont souvent traitées comme des boîtes noires. Sont présentées dans cette section quelques-unes des méthodes les plus couramment utilisées en animation. Une discussion des mérites et des désavantages propres à chacune, dans le contexte des travaux présentés dans cet ouvrage, se trouve à la section 4.2.1.

2.3.1 Méthodes d'intégration explicites

Les méthodes d'intégration explicites se servent directement des informations immédiatement disponibles (voir l'introduction de cette section) pour calculer les coordonnées de l'objet au prochain saut discret de temps. Parmi ces méthodes, celle d'Euler est la plus simple et la plus facile à comprendre. Les coordonnées $\vec{p}_{t_0+\Delta t}$ du modèle et ses vitesses $\vec{v}_{t_0+\Delta t}$ au temps $t_0 + \Delta t$ sont obtenues à partir des coordonnées actuelles $\vec{p}_{t_0}$, des vitesses actuelles $\vec{v}_{t_0}$ et des forces $\vec{f}(\vec{p}_{t_0}, \vec{v}_{t_0}, t_0)$ actuelles de la façon suivante :

$$\vec{p}_{t_0+\Delta t} \approx \vec{p}_{t_0} + \Delta t \vec{v}_{t_0} \qquad\qquad \vec{v}_{t_0+\Delta t} \approx \vec{v}_{t_0} + \Delta t \boldsymbol{M}^{-1} \vec{f}(\vec{p}_{t_0}, \vec{v}_{t_0}, t_0)$$

où $\boldsymbol{M}$ est une matrice $n \times n$ pour un modèle de n degrés de liberté. Par exemple, dans le cas d'une particule de masse m et d'un solide dont le tenseur inertiel est $\boldsymbol{M_I}$, les matrices sont respectivement

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{M} = \boldsymbol{M_I}.$$

Ces équations, malgré la notation, sont très intuitives. En gros, la distance parcourue est égale à la vitesse multipliée par le temps, et le changement de vitesse est égal à l'accélération multipliée par le temps. Elles ont aussi une justification plus formelle, puisque $\vec{p}$ et $\vec{v}$ étant des fonctions du temps, ces équations correspondent chacune aux deux premiers termes de leur série de Taylor. Par exemple pour $\vec{p}$, la série de Taylor est

$$\vec{p}(t_0 + \Delta t) = \lim_{n\to\infty} \left(\vec{p}(t_0) + \Delta t \frac{d\vec{p}(t_0)}{dt} + \cdots + \frac{\Delta t^{(n-1)}}{(n-1)!} \frac{d^{(n-1)}\vec{p}(t_0)}{d^{(n-1)}t} \right)$$

et ses deux premiers termes correspondent à la méthode d'Euler explicite :

$$\vec{p}(t_0 + \Delta t) \approx \vec{p}(t_0) + \Delta t \frac{d\vec{p}(t_0)}{dt}.$$

Puisque la méthode d'Euler ne tient compte que de la dérivée zéro et de la dérivée première, c'est une méthode dite «du premier ordre».

Bien que ces équations semblent plus intuitives sous cette forme, on peut combiner $\vec{p}$ et $\vec{v}$ en un seul vecteur d'état $\vec{x} = \left[\begin{smallmatrix} \vec{p} \\ \vec{v} \end{smallmatrix}\right]$. La formulation résultante, plus courante, plus compacte mais moins intuitive, est

$$\begin{aligned}\vec{\alpha} &= \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0}, t_0) \end{bmatrix} \\ \vec{x}_{t_0+\Delta t} &= \vec{x}_{t_0} + \Delta\vec{x} \approx \vec{x}_{t_0} + \vec{\alpha}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Il est possible d'obtenir des approximations numériques de $\vec{x}$ qui soient d'ordre supérieur en considérant plus de termes de la série de Taylor. La méthode dite «du point milieu» en est une du second ordre. Le terme additionnel de la série contient une dérivée de $\vec{x}$ d'ordre supérieur à celles ci-dessus, qui elles sont immédiatement disponibles. Ce terme est donc approximé par une autre série de Taylor, de $\vec{f}$ cette fois-ci. Après quelques manipulations, $\vec{x}_{t_0+\Delta t}$ peut être calculé avec

$$\begin{aligned}\vec{\beta}_1 &= \begin{bmatrix} \vec{\beta}_{1_p} \\ \vec{\beta}_{1_v} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0}, t_0) \end{bmatrix} \\ \vec{\beta}_2 &= \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v_{t_0}} + \frac{1}{2}\vec{\beta}_{1_v} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0} + \frac{1}{2}\vec{\beta}_1, t_0 + \frac{1}{2}\Delta t) \end{bmatrix} \\ \vec{x}_{t_0+\Delta t} &= \vec{x}_{t_0} + \Delta\vec{x} \approx \vec{x}_{t_0} + \vec{\beta}_2. \end{aligned}$$

Cette méthode commence par obtenir la dérivée première au temps $t_0 + \frac{1}{2}\Delta t$, et se sert de cette dérivée plutôt que de celle à t_0 pour obtenir les coordonnées du modèle au temps $t_0 + \Delta t$.

Ce gain d'un ordre a un coût : deux fois plus de calculs sont nécessaires pour cette méthode par rapport à celle d'Euler, parce que l'évaluation de $\vec{f}$, qui domine le temps de calcul, est faite deux fois. Dans plusieurs cas cependant, la précision additionnelle obtenue en considérant un terme de plus de la série de Taylor permet d'obtenir une solution plus précise avec cette méthode et un pas de temps Δt qu'avec une intégration d'Euler et un pas de temps de $\frac{1}{2}\Delta t$, rendant cette méthode plus attrayante en général.

Une autre méthode fort utilisée en animation par modèles physiques est celle de Runge-

Kutta du quatrième ordre. Elle obtient $\vec{x}_{t_0+\Delta t}$ par

$$\begin{aligned}
\vec{\mu}_1 &= \begin{bmatrix} \vec{\mu}_{1_p} \\ \vec{\mu}_{1_v} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0}, t_0) \end{bmatrix} \\
\vec{\mu}_2 &= \begin{bmatrix} \vec{\mu}_{2_p} \\ \vec{\mu}_{2_v} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} + \frac{1}{2}\vec{\mu}_{1_v} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0} + \frac{1}{2}\vec{\mu}_1, t_0 + \frac{1}{2}\Delta t) \end{bmatrix} \\
\vec{\mu}_3 &= \begin{bmatrix} \vec{\mu}_{3_p} \\ \vec{\mu}_{3_v} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} + \frac{1}{2}\vec{\mu}_{2_v} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0} + \frac{1}{2}\vec{\mu}_2, t_0 + \frac{1}{2}\Delta t) \end{bmatrix} \\
\vec{\mu}_4 &= \begin{bmatrix} \vec{\mu}_{4_p} \\ \vec{\mu}_{4_v} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} + \vec{\mu}_{3_v} \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0} + \vec{\mu}_3, t_0 + \Delta t) \end{bmatrix} \\
\vec{\mu} &= \tfrac{1}{3}\left(\tfrac{1}{2}\vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 + \vec{\mu}_3 + \tfrac{1}{2}\vec{\mu}_4\right) \\
\vec{x}_{t_0+\Delta t} &= \vec{x}_{t_0} + \Delta\vec{x} \approx \vec{x}_{t_0} + \vec{\mu}.
\end{aligned}$$

Ce résultat est obtenu encore une fois à partir de la série de Taylor, mais le développement n'est généralement pas donné dans les ouvrages sur le sujet, celui-ci étant relativement long.

2.3.2 Méthode d'Euler implicite

Cette méthode, dont Baraff et Witkin [BW98] font une bonne description, procède en utilisant la dérivée au point d'arrivée, plutôt qu'au point de départ comme le fait la méthode d'Euler explicite. C'est-à-dire que

$$\begin{aligned}
\vec{\epsilon} &= \begin{bmatrix} \vec{\epsilon}_p \\ \vec{\epsilon}_v \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} + \vec{\epsilon}_v \\ \boldsymbol{M}^{-1}\vec{f}(\vec{x}_{t_0+\Delta t}, t_0 + \Delta t) \end{bmatrix} \\
\vec{x}_{t_0+\Delta t} &= \vec{x}_{t_0} + \Delta\vec{x} \approx \vec{x}_{t_0} + \vec{\epsilon}.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

La subtile différence entre les équations 2.1 et 2.2 complique grandement les choses : $\vec{\epsilon}$ est obtenu par un appel à $\vec{f}$ qui lui-même demande la valeur de $\Delta\vec{x}$ pour être résolu. Pour cette raison, on approxime cet appel par les deux premiers termes de sa série de Taylor. En se rappelant que $\vec{x}$ est en fait $\left[\begin{smallmatrix}\vec{p}\\ \vec{v}\end{smallmatrix}\right]$ et en ne considérant que le cas où $\vec{f}$ ne dépend pas explicitement du temps (ce qui est le cas pour le reste de cet ouvrage) on obtient :

$$\vec{f}(\vec{x}_{t_0+\Delta t}) \approx \vec{f}(\vec{x}_{t_0}) + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{p}}\Delta\vec{p} + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{v}}\Delta\vec{v}.$$

Comme $\vec{\epsilon}_p$ et $\vec{\epsilon}_v$ sont des approximations de $\Delta\vec{p}$ et de $\Delta\vec{v}$, respectivement, on obtient que

$$\vec{f}(\vec{x}_{t_0+\Delta t}) \approx \vec{f}(\vec{x}_{t_0}) + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{p}}\vec{\epsilon}_p + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{v}}\vec{\epsilon}_v$$

et donc

$$\Delta\vec{x} = \begin{bmatrix} \Delta\vec{p} \\ \Delta\vec{v} \end{bmatrix} \approx \vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \vec{\epsilon}_p \\ \vec{\epsilon}_v \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \vec{v}_{t_0} + \vec{\epsilon}_v \\ \boldsymbol{M}^{-1}\left(\vec{f}(\vec{x}_{t_0}) + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{p}}\vec{\epsilon}_p + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{v}}\vec{\epsilon}_v\right) \end{bmatrix}.$$

Puisque $\vec{\epsilon}_p = \Delta t(\vec{v}_{t_0} + \vec{\epsilon}_v)$, on peut exprimer $\vec{\epsilon}_v$ qu'en termes de valeurs connues, pour peu que les dérivées de $\vec{f}$ ci-dessus soient disponibles au même titre que $\vec{f}$. Ainsi,

$$\vec{\epsilon}_v = \Delta t \boldsymbol{M}^{-1}\left(\vec{f}(\vec{x}_{t_0}) + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{p}}\Delta t(\vec{v}_{t_0} + \vec{\epsilon}_v) + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{v}}\vec{\epsilon}_v\right) \tag{2.3}$$

et on peut donc obtenir $\vec{\epsilon}_v$ en résolvant l'équation 2.3. Puisque les modèles à animer ont un nombre n généralement très grand de degrés de liberté (de l'ordre de plusieurs centaines, voire plusieurs milliers), l'équation 2.3 correspond en fait à un système de n équations linéaires trop grand pour être résolu directement avec une méthode comme Gauss-Jordan par exemple. Baraff et Witkin utilisent la méthode des gradients conjugués (expliquée en détail par Shewchuck [She94]). Cette méthode itérative permet d'obtenir rapidement un résultat suffisamment précis pour cette application. Cette méthode requiert entre autres que le système soit sous la forme $\boldsymbol{A}\vec{\epsilon}_v = \vec{b}$. Sous cette forme, l'équation 2.3 devient

$$\underbrace{\left(\boldsymbol{I} - \Delta t \boldsymbol{M}^{-1}\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{v}} - \Delta t^2 \boldsymbol{M}^{-1}\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{p}}\right)}_{\boldsymbol{A}}\vec{\epsilon}_v = \underbrace{\Delta t \boldsymbol{M}^{-1}\left(\vec{f}(\vec{x}_{t_0}) + \Delta t\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{p}}\vec{v}_{t_0}\right)}_{\vec{b}} \tag{2.4}$$

où $\boldsymbol{I}$ est ici la matrice identité de dimension $n \times n$. Puisque la plupart des forces n'impliquent que quelques éléments de $\vec{p}$ et $\vec{v}$ ($2n$ pour un ressort linéaire et $3n$ pour un ressort angulaire, par exemple), chacune des équations linéaires de ce système ne contient que quelques termes et $\boldsymbol{A}$ est donc très creuse. Pour la plupart des forces communément appliquées, $\boldsymbol{A}$ sera aussi symétrique et définie positive, ce qui est essentiel au bon fonctionnement de la méthode des gradients conjugués, qui trouvera numériquement une solution approximative de $\vec{\epsilon}_v$ dont l'écart maximal avec la solution véritable sera borné par un seuil donné.

2.3.3 Comparaison des méthodes

Il n'est pas question ici de déterminer quelle méthode est la plus efficace dans tous les cas, puisque chaque méthode peut être la meilleure selon l'expérience choisie. Celle qui suit permet simplement d'illustrer une discussion des mérites de chaque méthode tels qu'ils ont été observés lors des recherches menant au présent ouvrage.

Description de l'expérience

Il est à remarquer que le nombre de termes de $\vec{x}$ considérés dans la série de Taylor n'est pas directement lié à la précision de la méthode. Pour la grande majorité des cas cependant, une méthode d'ordre supérieur produira des résultats plus précis.

Les différentes méthodes sont comparées ici selon leur précision pour une période fixe de temps simulé et un nombre d'itérations déterminé selon le nombre de termes de la série qui sont pris en compte. Comme une méthode du quatrième ordre prend environ quatre fois plus de temps à calculer qu'une méthode du premier ordre, la première est évaluée avec un pas de temps Δt de quatre fois supérieur à celui de la seconde. Si ces deux méthodes s'écartent de façon équivalente de la solution de référence, on en conclut qu'aucun gain n'a pu être réalisé en considérant trois termes de plus.

Le test consiste à animer une particule décrivant une trajectoire circulaire autour de l'origine. Witkin [Wit97b] dérive une force qui aura cet effet. Sans l'application de forces extérieures, elle correspond à

$$\vec{f} = -m\frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{\vec{p} \cdot \vec{p}}\,\vec{p}$$

où m est la masse de la particule. Cette force, si elle est appliquée de façon continue plutôt que discrète, maintiendra la particule sur une trajectoire circulaire à une vitesse égale à la vitesse initiale, pourvu que celle-ci soit tangentielle au cercle au départ. Le rayon du cercle dans cet exemple est de 0,9, la particule est initialement à $\vec{p} = \begin{bmatrix} 0{,}9 \\ 0 \end{bmatrix}$ dans le système de coordonnées cartésiennes usuelles, et a une vitesse initiale de $\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}2 \end{bmatrix}$. Le pas de temps pour les méthodes d'Euler explicite et ses dérivées a été fixé à 0,8 secondes, ce qui correspond à un pas de 1,6 secondes pour la méthode du point milieu et à un pas de 3,2 secondes pour la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. La figure 2.4 indique l'état du système pour chaque méthode d'intégration après 30 secondes et la figure 2.5 l'indique après 160 secondes.

En plus des méthodes dont il a été question dans ce chapitre, une méthode supplémentaire a été intégrée à ces tests : il s'agit d'une méthode d'Euler explicite à laquelle on a ajouté des contraintes déduites d'une connaissance *a priori* du système à animer. Ces contraintes agissent sur la position de la particule, dont on sait qu'elle doit être sur le cercle, et sur la vitesse de la particule, dont on sait qu'elle doit demeurer constante. Ces contraintes sont appliquées en corrigeant directement les valeurs concernées après chaque pas de simulation.

Une méthode de référence a également été ajoutée, qui fonctionne à l'aide d'une méthode d'Euler explicite agissant en coordonnées généralisées. Comme la particule doit demeurer sur le cercle, elle n'a qu'un seul degré de liberté et une vitesse scalaire correspondant à ce degré, qui est la vitesse de rotation de la particule autour du cercle. Les résultats obtenus avec les autres méthodes sont comparés à ceux obtenus avec celle-ci, qui dans ce cas particulier est considérée exacte aux fins d'expérimentation. Les erreurs dues à la méthode d'Euler n'apparaissent pas dans ce cas particulier, puisque la vitesse est constante. Ceci implique que les dérivées d'ordre supérieur à 1 de $\vec{x}$ sont nulles, anéantissant tous les termes de la série de Taylor de $\vec{x}$ qui ne sont pas pris en compte par la méthode.

Résultats

La méthode d'Euler explicite diverge très rapidement de la circonférence du cercle, et ceci n'a rien de surprenant. Cependant, il est important de souligner que la méthode d'Euler explicite, comme toutes les autres méthodes, peut donner des résultats dont l'erreur est arbitrairement petite simplement en choisissant un pas de temps plus petit, ce qui bien sûr augmente le temps de calcul nécessaire pour une animation d'une durée donnée. Pour le cas de cette animation par

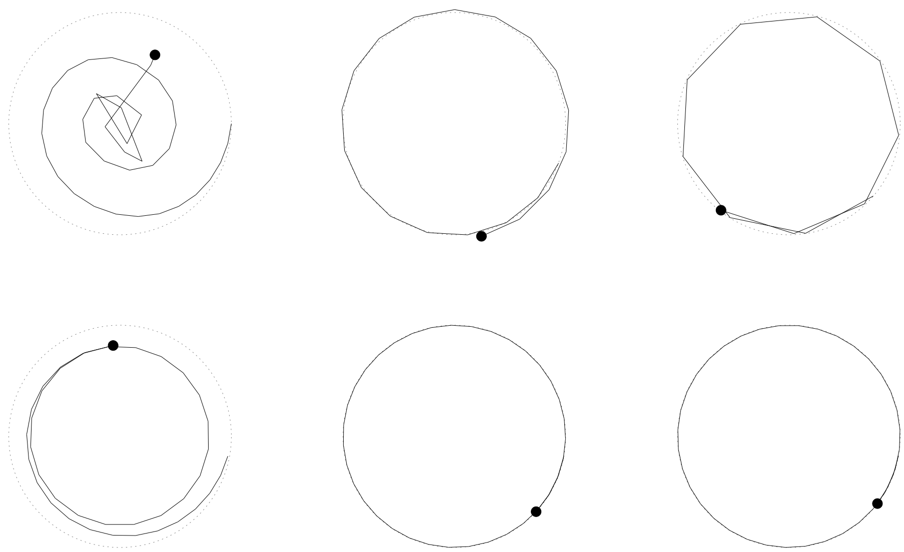

FIG. 2.4 – L'état du système après 30 secondes, de gauche à droite et de haut en bas : Euler explicite, point milieu, Runge-Kutta d'ordre 4, Euler implicite, Euler explicite contrainte, Euler explicite en coordonnées généralisées. La trajectoire à suivre est en pointillé et la trajectoire suivie par la particule est en trait continu.

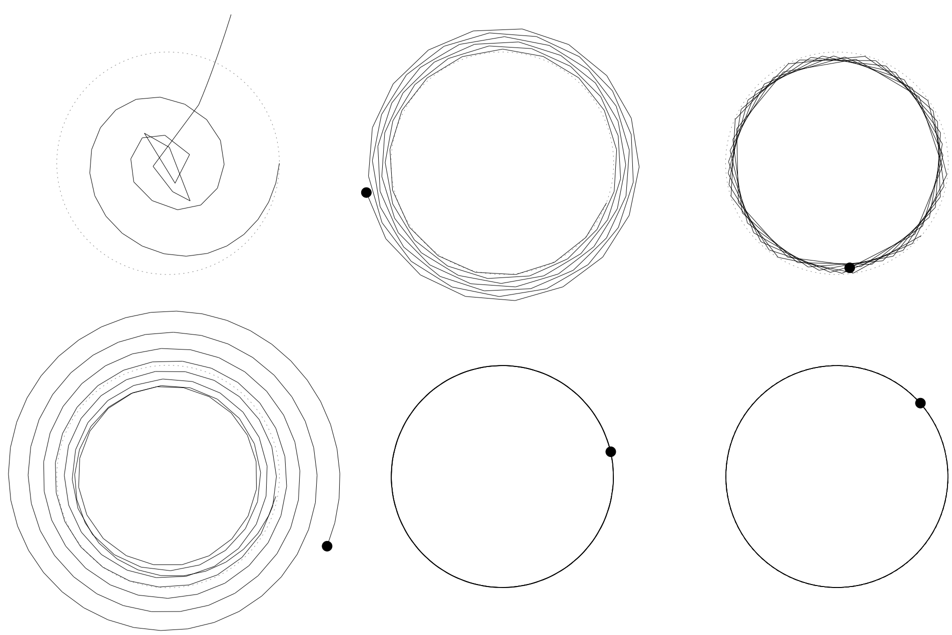

FIG. 2.5 – L'état du système après 160 secondes, de gauche à droite et de haut en bas : Euler explicite, point milieu, Runge-Kutta d'ordre 4, Euler implicite, Euler explicite contrainte, Euler explicite en coordonnées généralisées.

exemple, il est possible d'obtenir avec la méthode d'Euler explicite une erreur comparable à celle de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 en fixant le pas de temps pour la méthode d'Euler explicite à $0{,}0125$ secondes.

La méthode du point milieu, avec un pas de temps deux fois plus grand que la méthode d'Euler (et donc pour un temps de calcul équivalent, puisqu'elle calcule deux fois $\vec{f}$), réussit à produire de bien meilleurs résultats. Ils sont cependant moins précis que la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, qui ne s'est que faiblement écartée de la trajectoire après les 160 secondes d'animation. On remarque par contre que la position de la particule n'est pas du tout celle de l'animation de référence, c'est-à-dire la méthode d'Euler en coordonnées généralisées. Ceci indique que la vitesse à laquelle la particule voyage autour du cercle n'est pas la même dans l'animation résultante entre la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et celle d'Euler en coordonnée généralisées.

La méthode d'Euler implicite s'écarte de façon importante de la solution, en étant tout de même un peu plus précise que celle d'Euler explicite. Il est à remarquer cependant que l'expérience choisie ne correspond pas à un système dynamique où cette méthode devient vraiment avantageuse, comme dans le cas où le modèle à animer est un important maillage de masses et ressorts [BW98]. Un désavantage certain de cette méthode provient non pas de la qualité des résultats obtenus, mais de la nécessité de connaître les dérivées $\partial\vec{f}/\partial\vec{p}$ et $\partial\vec{f}/\partial\vec{v}$ aussi bien que $\vec{f}$ elle-même, ce qui rend les choses particulièrement ardues si $\vec{f}$ est calculée par un algorithme plus complexe que l'évaluation d'une simple fonction mathématique. Un autre désavantage provient des méthodes numériques utilisées pour résoudre $\vec{\epsilon}_v$ (voir l'équation 2.4) : par exemple dans le cas où la méthode des gradients conjugués est utilisée, la matrice $\boldsymbol{A}$ doit être définie positive, ce qui pose des contraintes sur le choix des forces appliquées.

La méthode d'Euler contrainte, quant à elle, semble bien fonctionner. Pour la réaliser cependant, il a fallu connaître des détails *a priori* du comportement du modèle, soit la vitesse de la particule et une forte contrainte sur sa position. Par contre, elle n'obtient pas tout-à-fait la bonne solution (celle de la méthode d'Euler en coordonnées généralisées) parce que ces contraintes sont appliquées *après* le pas de simulation, et non pendant cette opération. Cette subtile différence cause un écart visible après 160 secondes de simulation, mais les caractéristiques essentielles à une animation qui semble réaliste du point de vue du spectateur demeurent présentes : la particule ne quitte pas le cercle, ce qui est le comportement voulu, et voyage à une vitesse constante autour de celui-ci, rendant l'animation plausible.

Chapitre 3

Travaux antérieurs en animation de la chevelure

Peu de recherches ont été publiées en animation de la chevelure, particulièrement sur le sujet de l'élaboration d'un modèle de représentation de son mouvement. Ce chapitre, qui passe en revue ces travaux, est divisé en quatre sections correspondant aux quatre approches d'animation de la chevelure retrouvées dans la littérature : par particules et ressorts, par cinématique calculant des trajectoires paraboliques, par une version simplifiée d'un modèle à chaînes rigides, et finalement par champs de vecteurs de mouvement.

3.1 Particules et ressorts

Rosenblum *et al.* [RCT91] ont élaboré un modèle construit de particules, ressorts et charnières (ou ressorts angulaires). Chaque cheveu est modélisé par une chaîne de quinze particules avec une charnière à chaque particule (sauf la première et la dernière) et un ressort entre chaque particule. La force exercée par ce ressort est régie par la loi de Hooke à laquelle on a ajouté une atténuation *(damping)* proportionnelle à l'élongation :

$$\vec{f}_{\text{ressort}} = k_{\text{ressort}} \Delta\vec{p} - d_{\text{ressort}} \Delta\vec{p}$$

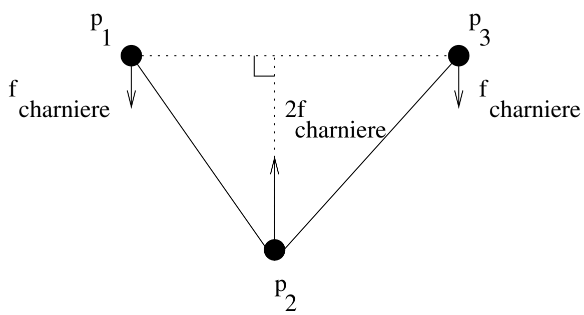

FIG. 3.1 – Les charnières utilisées par Rosenblum *et al.* appliquent la force calculée dans une direction perpendiculaire au segment p_1 - p_3.

où k_{ressort} contrôle la rigidité du ressort, d_{ressort} contrôle l'atténuation du ressort et où $\Delta\vec{p}$ est la différence entre la longueur au repos du ressort et la distance entre les deux particules. Ceci ne correspond pas à la formulation d'un ressort «visqueux», l'atténuation étant plus couramment proportionnelle à la vitesse relative des deux particules.

Le ressort angulaire est représenté de façon fort similaire. Soient trois particules p_1, p_2, et p_3 adjacentes le long d'un cheveu. Le segment s_1 est défini par les deux positions des deux particules p_1 et p_2 et le segment s_2, par p_2 et p_3. La norme de la force exercée par le ressort angulaire situé à p_2 est

$$f_{\text{charnière}} = k_{\text{charnière}}\Delta\theta - d_{\text{charnière}}\Delta\theta$$

où $\Delta\theta$ est l'angle entre s_1 et s_2. La direction de cette force est perpendiculaire au segment défini par les positions de p_1 et p_3 et est dans la direction qui poussera p_1,p_2 et p_3 à être sur la même ligne. Une force de direction opposée et de norme $2f_{\text{charnière}}$ est appliquée à p_2 pour équilibrer le système (voir la figure 3.1).

Les autres forces mentionnées dans l'article sont la gravité exprimée de façon standard $\vec{f}_{\text{gravité}} = m\vec{g}$, $\vec{g} = [0 \;\; -9{,}8 \;\;\; 0]^T$ et le frottement de l'air sous forme d'un simple frottement visqueux $\vec{f}_{\text{air}} = d_{\text{air}}\vec{v}$ où d_{air} est une constante dont la valeur n'est pas donnée dans l'article.

Les auteurs utilisent une méthode d'Euler explicite pour faire évoluer le système dans le temps et présentent des résultats où le pas de temps choisi est de $1/60$ seconde, soit deux intégrations par image pour une animation à trente images par seconde. Une telle fréquence d'évaluation ne permet que des mouvements très continus et risque de faire apparaître des anomalies dans le mouvement. En effet, un changement de mouvement au bout du cheveu (dû à une collision par exemple) ne fera réagir le cheveu à la racine que quinze évaluations plus tard, soit huit images plus tard. Le nombre de cheveux simulés dans les exemples publiés à l'époque est d'au plus 1095 alors qu'un être humain a généralement environ 100000 cheveux selon les auteurs. Le temps de calcul nécessaire au traitement des collisions entre cheveux a poussé les auteurs à négliger ce phénomène, comme c'est le cas pour les autres travaux présentés dans cette section.

Les collisions avec la tête sont traitées en approximant celle-ci par une sphère et en insérant un ressort relativement rigide entre le centre de la sphère et une particule. Ce ressort a une longueur au repos qui est celle du rayon de la sphère, et n'est activé que lorsque la particule s'approche du centre de la sphère. Ainsi, ce ressort n'exerce pas d'attraction vers le centre et a l'effet d'une collision inélastique entre la sphère et la particule.

3.2 Trajectoires paraboliques

Watanabe et Suenaga [WS92] présentent une approche où le mouvement de la chevelure est déterminé d'après la simulation d'un certain nombre de *mèches* [1] de cheveux. La position initiale de chaque mèche est entièrement déterminée par l'utilisateur et il lui incombe de donner une forme initiale qui soit plausible. Peu de détails sont donnés sur la technique employée pour ensuite animer le modèle, mais il est indiqué qu'une trajectoire parabolique est obtenue pour chaque mèche en fonction de sa vitesse actuelle et les vecteurs d'accélération qui lui sont associés. Il s'agirait d'une évaluation cinématique du système plutôt que d'une évaluation dynamique comme pour les autres travaux présentés dans cet ouvrage, aucune mention n'étant faite de forces ou de masses. L'animation présentée est très simple, montrant une lente rotation de la tête. Ces travaux ont cependant le mérite de présenter un traitement par mèches de cheveux ayant un comportement semblable.

[1] On attribue ici au mot *mèche* un ensemble de cheveux dont les racines sont adjacentes sur le scalp.

3.3 Chaînes rigides

Plusieurs auteurs [DTKT93] [AM95] [SG95] ont opté pour une méthode initialement proposée par Anjyo *et al.* [AUK92]. Les auteurs présentent une méthode pour obtenir une position initiale de la chevelure et une autre pour l'animer. Il est question ici de cette seconde méthode, puisque cet ouvrage traite essentiellement d'animation de la chevelure.

La méthode utilisée s'inspire de l'animation de chaînes rigides en coordonnées généralisées, mais utilise une formulation très simplifiée permettant d'obtenir une animation rapide. Pour déterminer la différence de position de chaque cheveu entre les temps t_0 et $t_0 + \Delta t$, la méthode évalue séquentiellement la position de chacun des n segments du cheveu (environ 15 segments suffisent) par rapport au segment précédent, le premier segment étant fixe.

À partir de l'extrémité distale[2] du segment précédent, représentée par le vecteur $\vec{s}_{i-1}$, on détermine l'orientation du segment en cours par la position de son extrémité distale $\vec{s}_i$ dans un système de coordonnées cartésiennes dont $\vec{s}_{i-1}$ est l'origine. L'orientation de ce système de coordonnées correspond à celle du système de coordonnées globales. L'orientation de $\vec{s}_i$ dans ce système est exprimée par un angle ϕ par rapport à l'axe des z dans le plan xz du système local et par un angle θ dans un plan formé par l'axe des y du système local et l'orientation actuelle de $\vec{s}_i$ (voir la figure 3.2). La force appliquée est projetée sur deux vecteurs qui résident dans les plans ci-haut. Ces vecteurs sont orthogonaux à la projection de $\vec{s}_i$ sur ces plans. La variation de θ et ϕ peut ensuite être obtenue à partir de la projection de la force appliquée sur ces vecteurs. Les scalaires obtenus, nommés respectivement f_θ et f_ϕ, ainsi que les valeurs de θ et ϕ obtenues à la fin des deux derniers pas d'animation et nommées $\theta_{t_0-\Delta t}$, $\phi_{t_0-\Delta t}$, θ_{t_0} et ϕ_{t_0}, sont utilisés pour obtenir les nouvelles valeurs $\theta_{t_0+\Delta t}$ et $\phi_{t_0+\Delta t}$ de la façon suivante :

$$\theta_{t_0+\Delta t} = \Delta t^2 c_i u_i f_\theta + 2\theta_{t_0} - \theta_{t_0-\Delta t}$$
$$\phi_{t_0+\Delta t} = \Delta t^2 c_i v_i f_\phi + 2\phi_{t_0} - \phi_{t_0-\Delta t}$$

où u_i et v_i sont les demi-longueurs de la projection de $\vec{s}_i$ sur les plans ys_i et xz, et où c_i est une constante utilisée pour contrôler le comportement du cheveu, et qui dans plusieurs exemples est

[2] On utilise les qualificatifs «distal» et «proximal» pour désigner les points sur le cheveu qui sont plus loin ou plus près, respectivement, de la racine du cheveu.

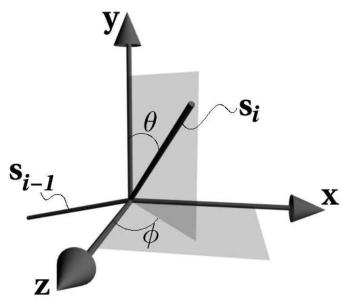

FIG. 3.2 – Dans la méthode d'Anjyo *et al.*, l'orientation de $\vec{s}_i$ est exprimée dans un système de coordonnées locales dont l'origine est l'extrémité distale du segment $\vec{s}_{i-1}$.

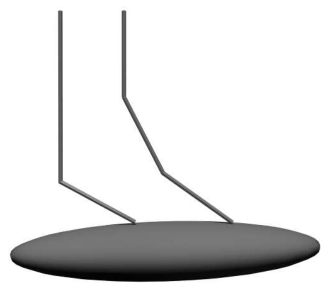

FIG. 3.3 – Dans la méthode d'Anjyo *et al.*, les forces ne peuvent se propager de l'extrémité du cheveu vers la racine, ce qui donne le résultat illustré par la chaîne de trois segments de gauche. Le chaîne de droite montre une propagation plus adéquate.

proportionnelle à $i\Delta t$, i étant le numéro du segment de cheveu, le segment 1 étant celui à la racine du cheveu. Lorsque la valeur de $\vec{s}_i$ au temps $t + \Delta t$ se trouve à l'intérieur de l'approximation ellipsoïdale de la tête, $\vec{s}_i$ est tout simplement déplacé de façon à ne plus y être.

Cette méthode, bien que fort efficace, néglige un nombre important de phénomènes. Elle ne tient pas compte des interactions entre les cheveux, ceci étant considéré trop coûteux. Elle ne tient pas compte non plus de la propagation de forces dans la direction de l'extrémité distale vers l'extrémité proximale, ce qui limite en pratique la longueur des cheveux de façon à ce qu'ils ne touchent pas les épaules du modèle (voir la figure 3.3). Enfin, puisque la position des segments d'un cheveu est définie en termes d'angles relatifs, la chevelure ne se déformera pas en fonction des déplacements et changements d'orientation de la tête. On doit pour obtenir ces déformations introduire des forces d'inertie explicites parmi les forces considérées.

3.4 Champ de vecteurs de mouvement

Stam [Sta95] propose une technique de modélisation des phénomènes naturels et l'applique à l'animation de la chevelure. Cette technique consiste à définir un champ de vecteurs dans l'espace, puis à faire se déplacer des particules dans ce champ de vecteurs en modifiant l'orientation de la vitesse de la particule selon le vecteur se trouvant à la position de la particule. Le champ de vecteurs est déterminé par un champ de mouvement global, fourni par l'utilisateur, et un champ de perturbations locales, défini automatiquement à partir d'une fonction aléatoire et du champ de mouvement global.

L'auteur discute brièvement de l'application de cette technique à l'animation de la chevelure, où la trajectoire d'une particule détermine la forme d'un cheveu. Une telle approche permet selon l'auteur, de prendre en considération les collisions entre les cheveux, puisque le champ de forces est continu. Bien que l'illusion puisse fonctionner, elle a ses limites : par exemple, cette façon de prendre les collisions en compte ne fonctionnera pas si on veut que les cheveux s'emmêlent et s'appuie fortement les uns sur les autres, dans le cas d'une tresse par exemple. De plus, puisqu'il s'agit d'une méthode plus dépendante de l'utilisateur que les autres présentées ici, certains effets comme l'inertie de la chevelure dans le cas de mouvements brusques de la tête doivent être animés par l'utilisateur en spécifiant un mouvement global approprié.

Chapitre 4

Représentation de la chevelure

Because the cross product drops out, multiplication commutes, q^{-1} meets q, mutual annihilation occurs, and the vector emerges unscathed.

Ken Shoemake, *Animating Rotation with Quaternion Curves [Sho85]*

Aucun des travaux précédents sur l'animation de la chevelure n'a su traiter les collisions et la friction de cheveux entre eux, et ce même si plusieurs reconnaissent que ces phénomènes influent grandement sur le mouvement de la chevelure. En particulier, ces phénomènes doivent absolument être modélisés d'une façon ou d'une autre si on veut obtenir par exemple une animation convaincante d'une chevelure longue et épaisse qui s'entremêle sous l'effet d'un vent fort ou d'un mouvement brusque de la tête.

Calculer ces phénomènes en temps raisonnable pour chacun de 100000 cheveux est impensable avec les ressources dont nous disposons aujourd'hui. Il faut donc traiter ces phénomènes de façon plus globale, en prenant soin par contre de ne pas sacrifier en ce faisant le caractère souvent chaotique du mouvement d'une telle chevelure. Daldegan *et al.* [DTKT93] réduisent le calcul nécessaire à l'animation de la chevelure en ne calculant que le mouvement de quelques cheveux, et en variant de façon aléatoire les angles obtenus entre les segments de chaîne pour les cheveux voisins. Le mouvement d'un seul cheveu est donc utilisé pour obtenir le mouvement d'un groupe de cheveux. Cette façon de procéder soulève quelques problèmes, notamment pour la détection de collisions avec le corps.

Watanabe et Suenaga [WS92] ont introduit l'animation par mèches, où un groupe de cheveux adjacents sur le scalp se comportent de façon semblable, mais pas nécessairement de façon semblable à ceux de mèches adjacentes. Cette idée est fort intéressante : de cette façon, le mouvement d'un groupe de cheveux est obtenu à partir des caractéristiques physiques du groupe, plutôt que de celles d'un cheveu représentatif.

Notre modèle de chevelure consiste en un ensemble de mèches interagissant par des collisions et des interpénétrations. Ce chapitre expose les détails du modèle tel qu'élaboré au cours des recherches qui ont mené à cet ouvrage. La structure et l'animation d'une mèche sont d'abord expliquées, suivies de l'animation d'une chevelure en entier. Il est finalement question de la génération de cheveux selon la position et la forme obtenues pour chaque mèche.

4.1 Structure d'une mèche

Les mèches proposées ici doivent pouvoir se déplacer et se déformer sous l'action de forces. Il est nécessaire de pouvoir détecter les collisions avec les autres objets de la scène et entre les mèches. Il doit aussi être possible de laisser des mèches se pénétrer les unes les autres ou elles-mêmes, et exercer ainsi de la friction sur d'autres portions de la chevelure.

La structure choisie pour la mèche s'apparente aux modèles à couches [CHP89] [GVP91], où un squelette sert à déterminer un mouvement global et une enveloppe sert à modéliser les déformations de la surface. La géométrie réelle de l'objet, c'est-à-dire la disposition des cheveux dans une mèche, est ensuite déterminée selon la position et la forme de chacune des couches.

4.1.1 Modélisation du squelette

Le squelette de la mèche est modélisé par une chaîne de particules et ressorts, comme les cheveux le sont dans le modèle de Rosenblaum *et al.* [RCT91]. De huit à douze particules suffisent pour modéliser des cheveux longs de façon satisfaisante. Bien que les cheveux eux-mêmes soient relativement inextensibles, la longueur d'une mèche peut varier grandement si les cheveux contenus dans cette mèche sont bouclés. La rigidité des ressorts constituant le squelette de la mèche peut donc être ajustée en fonction du genre de chevelure. Les masses le long du squelette représentent la masse de l'ensemble des cheveux de la mèche qui se trouvent près du centre de celle-ci, à la hauteur de chacune des masses. Ces masses sont constantes pour un nombre donné de cheveux dans la mèche, et donc ne varient pas selon la déformation de l'enveloppe. Les ressorts utilisés sont des ressorts visqueux classiques où

$$\vec{f}_{\text{ressort}} = k_{\text{ressort}} \Delta\vec{p} - d_{\text{ressort}}(\Delta\vec{v}) \cdot \frac{\Delta\vec{p}}{\|\Delta\vec{p}\|}.$$

k_{ressort} et d_{ressort} sont respectivement des constantes de rigidité et d'atténuation ; $\Delta\vec{p}$ et $\Delta\vec{v}$ sont respectivement la différence de positions et de vitesses des deux particules liées par le ressort.

Pour que le squelette oppose une certaine résistance au pliage, deux techniques ont été implémentées. Étant données les positions de trois particules $\vec{p}_{i-1}$, $\vec{p}_i$ et $\vec{p}_{i+1}$ consécutives le long du squelette et leurs vitesses $\vec{v}_{i-1}$, $\vec{v}_i$ et $\vec{v}_{i+1}$, la première technique consiste à insérer une charnière semblable à celle proposée par Rosenblum *et al.* On obtient d'abord le scalaire :

$$f_{\text{charnière}} = k_{\text{charnière}} \Delta\theta - d_{\text{charnière}} \frac{\partial \Delta\theta}{\partial \vec{p}}$$

où $k_{\text{charnière}}$ et $d_{\text{charnière}}$ sont toujours des constantes de rigidité et d'atténuation, et où $\Delta\theta$ est la différence entre l'angle au repos de la charnière et l'angle entre $\vec{p}_{i+1} - \vec{p}_i$ et $\vec{p}_{i-1} - \vec{p}_i$. La dérivée de ce terme par rapport à $\vec{p}$ est obtenue à partir des vitesses linéaires des particules impliquées. Ce scalaire indique la norme du moment de force à appliquer aux particules à $\vec{p}_{i-1}$ et $\vec{p}_{i+1}$ autour de $\vec{p}_i$ dans le plan défini par ces trois points. Les directions dans lesquelles les moments de force sont exercés sont celles qui amènent ces trois points à former l'angle au repos de la charnière (généralement $180°$).

Une seconde technique consiste à tout simplement relier la particule à $\vec{p}_{i-1}$ et celle à $\vec{p}_{i+1}$ par un ressort linéaire. Les résultats de cette technique semblent un peu moins réalistes que ceux obtenus avec la première, puisqu'une progression linéaire de l'angle entre deux segments ne causera pas une progression linéaire de la force exercée par le ressort, mais les calculs nécessaires sont plus simples et plus rapides. Notre implémentation privilégie cette technique, le gain en efficacité nous semblant plus intéressant que la faible perte de qualité.

Dans le cas de cheveux réels, une partie du cheveu se trouve sous le scalp. Ceci imprègne au cheveu une direction à la sortie du scalp et influence la forme de la coiffure. Notre modèle imite ce phénomène en fixant par rapport à la tête la position des deux premières particules,

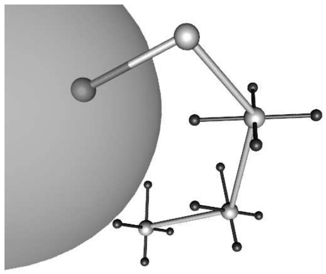

FIG. 4.1 – Dans notre modèle, la mèche est représentée par un squelette (chaîne centrale, en pâle), des échantillons de déformation de l'enveloppe (au bout de chaque croix, en foncé) et des cheveux géométriques (non représentés ici). On observe que le squelette commence par deux particules pour lesquelles on n'utilise pas d'échantillons de l'enveloppe. La position de chacune de ces deux particules est fixe par rapport à la tête (représentée ici par la grande sphère transparente à gauche).

forçant ainsi la mèche à toujours sortir de la tête dans la même direction. La figure 4.1 montre la structure d'une mèche. Il est nécessaire ici que la première particule hors de la tête soit elle aussi fixe, sinon, l'endroit duquel chaque cheveu sort de la tête se déplace lorsque cette particule change de position.

4.1.2 Modélisation de l'enveloppe

L'enveloppe de la mèche contrôle la forme extérieure de celle-ci, et participe à la détection et à la réponse des interactions entre mèches et des collisions avec le corps. La déformation de l'enveloppe est calculée à partir d'échantillons se trouvant à sa surface dans le voisinage de chacune des particules définissant le squelette. Étant données les positions de trois particules $\vec{p}_{i-1}$, $\vec{p}_i$ et $\vec{p}_{i+1}$ consécutives le long du squelette, les échantillons dans le voisinage de $\vec{p}_i$ se trouvent dans le plan bisecteur des segments $\vec{p}_{i+1} - \vec{p}_i$ et $\vec{p}_{i-1} - \vec{p}_i$. Puisque la fonction de ces échantillons est d'évaluer seulement la déformation radiale de la mèche, ils sont en fait contraints à demeurer sur une demi-droite se trouvant dans ce plan et dont l'origine est la particule du squelette à $\vec{p}_i$. Les orientations relatives de ces demi-droites sont fixées dans le plan et distribuées uniformément autour de $\vec{p}_i$. Ces échantillons modélisent seulement l'écrasement ou l'étirement de l'enveloppe par rapport au squelette, et non la torsion de l'enveloppe autour de celui-ci, bien qu'il est concevable d'aussi tenir compte des torsions (voir le chapitre 6). L'orientation du système de coordonnées du plan ainsi que la forme de l'enveloppe sont fixes par rapport à la tête pour les deux premières particules de la mèche (celles dont les positions sont également fixes par rapport à la tête). Pour les plans subséquents, l'orientation du système de coordonnées est définie de la façon suivante. Soit le système orthonormal de coordonnées $(\vec{u}_0, \vec{v}_0)$ du plan bisecteur dont l'origine est à $\vec{p}_0$, la position de la première particule de la mèche. Soit maintenant le système orthonormal de coordonnées spatiales $(\vec{u}_0, \vec{v}_0, \vec{w}_0)$, où $\vec{w}_0 = \vec{u}_0 \times \vec{v}_0$ est la normale du plan bisecteur. À partir du système de coordonnées planaires dont l'origine est à $\vec{p}_i$, on obtient celui à $\vec{p}_{i+1}$ par

$$\vec{w}_{i+1} = \breve{q}_i^{-1} \vec{w}_i \breve{q}_i \tag{4.1}$$

$$\vec{u}_{i+1} = \breve{q}_i^{-1} \vec{u}_i \breve{q}_i \tag{4.2}$$

$$\vec{v}_{i+1} = \breve{q}_i^{-1} \vec{v}_i \breve{q}_i \tag{4.3}$$

où $\breve{q}$ représente la rotation entre l'orientation de $\vec{w}_{i+1}$ par rapport à celle de $\vec{w}_i$. Comme $\vec{w}_{i+1}$ est la normale du plan bisecteur de $\vec{p}_{i+2} - \vec{p}_{i+1}$ et $\vec{p}_i - \vec{p}_{i+1}$, on peut ainsi trouver $\vec{w}_{i+1}$ et résoudre l'équation 4.1 pour $\breve{q}_i$, pour ensuite obtenir $\vec{u}_{i+1}$ et $\vec{v}_{i+1}$ avec les équations 4.2 et 4.3. Pour le cas du plan dont l'origine est la position de la dernière particule de la mèche $\vec{p}_n$, le vecteur $\vec{w}_n$ est tout simplement

$$\vec{w}_n = \frac{\vec{p}_n - \vec{p}_{n-1}}{\|\vec{p}_n - \vec{p}_{n-1}\|}.$$

Dans notre implémentation, quatre échantillons sont placés sur les axes du système de coordonnées du plan. Ils sont modélisés par des masses constantes très petites (représentant les cheveux près de la surface de la mèche) attachées à la particule du centre par un ressort. Chaque échantillon est contraint à demeurer sur une demi-droite le long d'un des deux axes du plan dans lequel il réside. Ceci implique que la direction de l'échantillon est contrainte, et qu'il ne peut traverser l'origine du plan. Il est discuté à la section 4.2.1 de l'implémentation de ces contraintes.

4.1.3 Position des cheveux

Les sections précédentes ont décrit la façon dont la mèche est construite et comment sa déformation est mesurée, et il faut ensuite déterminer quelle sera la forme des cheveux à l'intérieur de cette mèche. Afin d'éviter le coût de conserver en mémoire la position de chaque cheveu dans la mèche, nous utilisons un générateur de nombres pseudo-aléatoires pour déterminer la position du cheveu dans la mèche. Cette position est donnée en coordonnées planaires et représente l'endroit où le cheveu intersecte les plans bisecteurs. En réinitialisant le générateur de nombres aléatoires avec la même valeur au début de chaque image d'une animation, on assure la cohérence de ces coordonnées d'une image à l'autre. Afin de donner un aspect plus naturel à la distribution des cheveux dans la mèche, la coordonnée planaire déterminée pour chaque cheveu est légèrement perturbée de façon aléatoire d'un plan bisecteur à l'autre. La longueur de chaque cheveu est aussi légèrement modifiée pour ajouter au réalisme.

La position de chaque cheveu dans le plan est générée dans un cercle de rayon unitaire de façon à ce que la plus grande part des cheveux se retrouve au centre de la mèche. Pour ce faire, nous utilisons une distribution gaussienne sur chacune des deux dimensions, centrée à l'origine du cercle (voir la figure 4.2). La variance est choisie empiriquement. Si un point obtenu est à l'extérieur du cercle de rayon unitaire, il est tout simplement rejeté. D'autres méthodes auraient pu être employées, comme la distribution sur un disque de Shirley [Shi91]. De telles méthodes évitent d'avoir à rejeter des points, mais sont souvent plus coûteuses à évaluer.

Chaque cheveu ayant une position planaire dans le cercle unitaire, il s'agit ensuite de déterminer la position de ce cheveu dans chaque plan bisecteur en fonction de la déformation de l'enveloppe évaluée dans ce plan. La méthode retenue consiste à trouver, pour la position de chaque cheveu $\vec{p}$ dans le cercle unitaire, la position $\vec{p}\,'$ transformée, étant donné qu'elle se trouve entre les deux échantillons à e_1 et e_2, par interpolation linéaire des distances d'après l'angle :

$$\begin{aligned} c &= a + b \\ \vec{p}\,' &= ((a/c)\|\vec{e_1}\| + (b/c)\|\vec{e_2}\|)\,\vec{p}. \end{aligned}$$

La figure 4.3 illustre les divers symboles utilisés.

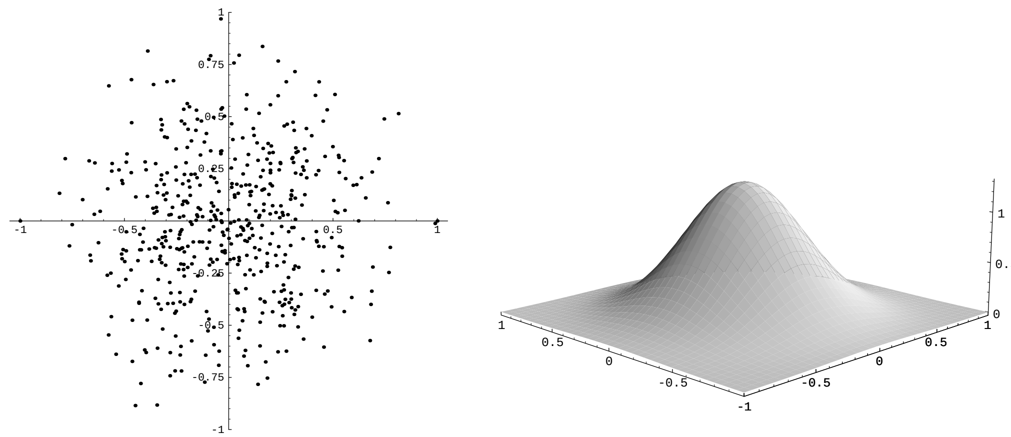

FIG. 4.2 – À gauche, deux distributions gaussiennes de moyenne 0 et d'écart-type 0.35 (une pour chaque dimension) servent à générer les coordonnées aléatoires de chacun des cheveux de la mèche. Tout point à l'extérieur du cercle de rayon unitaire est rejeté. À droite, la fonction de distribution de probabilité associée à ces deux gaussiennes.

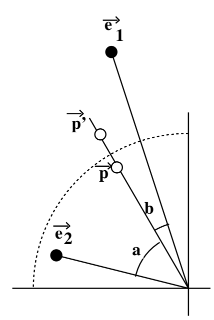

FIG. 4.3 – Le calcul de la position du point déformé $\vec{p}\ '$ est effectué en fonction du point non-déformé $\vec{p}$, des échantillons de l'enveloppe environnants $\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$ et des angles a et b. L'enveloppe est indiquée en trait pointillé.

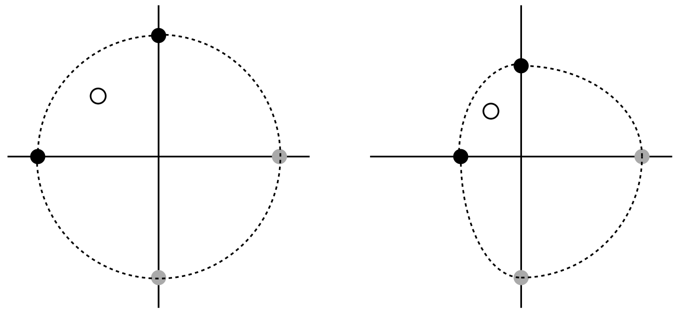

FIG. 4.4 – La déformation peut être simplifiée dans le cas où quatre échantillons sont placés sur les axes. Chacune des deux coordonnées de la position du cheveu est déplacée selon la déformation de l'échantillon se trouvant sur l'axe correspondant.

Dans le cas où quatre échantillons alignées sur les axes du plan sont utilisées, cette opération peut être simplifiée. Il suffit de déformer les positions du cheveu dans le plan bisecteur en appliquant la déformation de chacun de deux échantillons délimitant le quadrant à l'axe sur lequel se trouve l'échantillon (voir la figure 4.4). Pour ce faire, il s'agit simplement de multiplier chacune des deux coordonnées par la distance de l'origine de chacun des deux échantillons.

Dans le cas plus général où un nombre n quelconque d'échantillons est utilisé, chaque position aléatoire de cheveu dans le plan est exprimée en coordonnées barycentriques où les bases sont les vecteurs allant de l'origine à chacun des échantillons (voir les figures 4.5 et 4.6). Ceci signifie que la position du cheveu est exprimée par une combinaison linéaire de ces vecteurs où la somme des multiplicateurs est égale à 1. Il est à noter que pour $n > 3$, cette représentation devient redondante, c'est-à-dire qu'un même point peut être exprimé par plus d'un ensemble de n facteurs, avec comme conséquence qu'un ensemble différent donnera une déformation différente. Dans notre cas, un seul ensemble de n facteurs est choisi pour chaque cheveu, et ce arbitrairement.

Les positions obtenues dans chacun des plans bisecteurs sont ensuite considérées comme des points de contrôle d'une courbe paramétrique cubique par morceaux de Catmull-Rom [FvDFH90a] qui représentera le cheveu. Cette forme de courbe paramétrique est particulièrement appropriée puisqu'elle trace une courbe qui passe par chacun de ses points de contrôle, sauf le premier et le dernier[1]. Il suffit donc d'ajouter deux points de contrôle, un au début et un

[1]La spline naturelle a aussi cette propriété, mais contrairement à elle, la courbe de Catmull-Rom n'est contrôlée que par 4 points à tout endroit sur la courbe, ce qui en facilite le calcul.

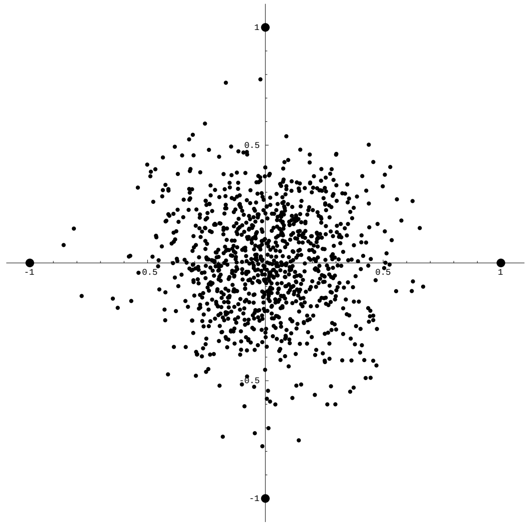

FIG. 4.5 – En coordonnées barycentriques, chaque point est exprimé par une combinaison linéaire sans terme négatif de n vecteurs (quatre dans cet exemple). Ces vecteurs vont de l'origine aux points en gras.

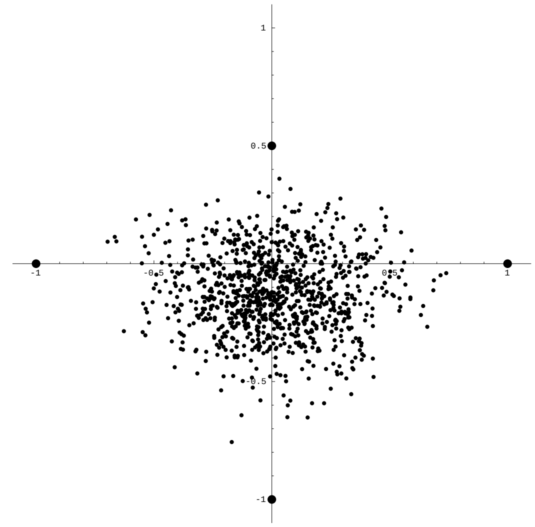

FIG. 4.6 – Lorsque la norme d'un vecteur est modifiée, toutes les positions exprimées en fonction de ce vecteur se voient modifiées et ainsi se déforment suivant ce vecteur.

à la fin, qui sont placés de sorte qu'ils sont superposés aux positions désirées de début et de fin du cheveu (voir la figure 4.7).

La fonction paramétrique est ensuite évaluée pour tracer le cheveu, à raison d'un certain nombre de fois par segment. Ce nombre dépend largement de la résolution de l'image voulue, et il est souvent déterminé par le mécanisme de rendu ou encore par subdivision récursive [FvDFH90b]. Étant donné que le squelette de la mèche peut s'étirer, il est possible qu'il dépasse la longueur des cheveux. Il est possible de pallier ce problème au moment de dessiner le cheveu

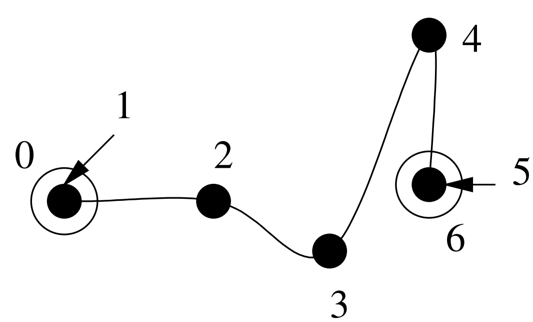

FIG. 4.7 – Pour que la courbe de Catmull-Rom passe par tous les points du cheveu (1,2,3,4,5), deux points supplémentaires (0,6) sont ajoutés et superposés aux points 1 et 5, respectivement.

en supposant que la courbe entre deux points d'évaluation est un segment de droite, et en sommant la longueur des segments de droite reliant les points de courbes évalués par la fonction. Lorsque la longueur du cheveu est atteinte, on cesse simplement de dessiner le cheveu. Il est également possible, bien que moins fréquent, que la mèche soit moins longue que le cheveu à dessiner. Dans ce cas, le cheveu n'est plus dessiné après la mèche, et son dernier segment s'arrête en tenant compte de la variation aléatoire de longueur appliquée. Continuer le cheveu aurait pour conséquence que celui-ci ne serait plus inscrit dans le volume de la mèche et ne serait plus sujet aux détections de collisions avec le corps du personnage notamment.

4.2 Animation d'une mèche

Le détail de la modélisation de la mèche ayant été donné, et connaissant la façon dont elle se transforme lorsque des forces lui sont appliquées, il est ici question du choix d'une méthode d'intégration à employer dans le contexte des contraintes à faire respecter, et de comment une mèche réagit aux collisions avec l'environnement, notamment le corps du personnage.

4.2.1 Choix d'une méthode d'intégration

Plusieurs considérations entrent en jeu lors du choix d'une méthode d'intégration, la principale dans le cas du modèle de mèche élaboré ci-haut étant les mécanismes permis par la méthode pour appliquer les contraintes requises au mouvement des échantillons de l'enveloppe.

Une méthode d'Euler en coordonnées généralisées semblerait appropriée. En effet, les échantillons n'ont tous qu'un degré de liberté. Cependant, la façon dont ce degré de liberté est défini est fort complexe (voir la figure 4.8), et cette avenue n'a donc pas été explorée plus avant.

Baraff et Witkin [BW98] présentent un moyen d'appliquer des contraintes dans le cadre d'une intégration d'Euler implicite, dont le principe s'appuie sur la modification de la matrice

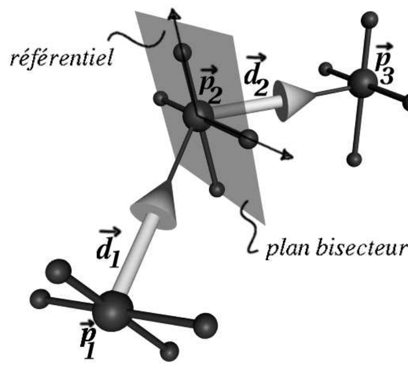

FIG. 4.8 – L'échantillon doit demeurer sur une demi-droite se trouvant dans le plan bisecteur de $p_2 - p_1$ et $p_3 - p_2$. Ce plan peut être obtenu de diverses façons, toutes formant des expressions complexes formées de p_1, p_2 et p_3. L'une d'entre elles est de sommer les vecteurs normalisés d_1 et d_2 et de normaliser le résultat pour obtenir la normale du plan. De plus, l'orientation du référentiel dans le plan peut en fait dépendre des positions de toutes les particules du squelette avant p_2 si une méthode par quaternions est utilisée pour la déterminer.

de masse de la particule, habituellement

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

pour une particule de masse m, de sorte que $\boldsymbol{M}^{-1}$, lorsque post-multipliée par un vecteur, produise un vecteur qui soit orthogonal aux directions non permises. Un exemple simple consiste à contraindre la particule le long du vecteur $[\ 1\ 0\ 0\ ]^T$. La matrice de masse inverse orthogonale à ce vecteur est tout simplement

$$\tilde{\boldsymbol{M}}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ce qui a pour conséquence que l'accélération sera contrainte puisque

$$\vec{a} = \tilde{\boldsymbol{M}}^{-1} \vec{f}$$

où $\vec{f}$ est la force appliquée et $\vec{a}$ est l'accélération. Si la contrainte était respectée dans la description de l'état initial du système, cette méthode continuera à l'appliquer.

Cette méthode est utilisée par Baraff et Witkin pour implémenter des contacts continus entre la peau et les vêtements, où la peau ne fait pas partie de la simulation dynamique. Cependant, cette méthode ne donne pas le moyen d'exprimer des contraintes liées à la position d'autres particules animées *simultanément*, et n'est donc pas appropriée telle quelle.

Une autre méthode d'application des contraintes est l'utilisation de forces de pénalité. Elle peut être utilisée avec toutes les méthodes d'intégration et consiste à introduire des forces dans le système dont la fonction est de faire respecter les contraintes. Les contraintes ne sont pas nécessairement respectées exactement, et l'exactitude dépend de la rigidité des forces en question. Cette façon de procéder fonctionne bien avec une méthode d'intégration implicite d'Euler, car celle-ci est moins sensible aux forces très rigides [BW98]. Cependant, ceci implique l'ajout de forces supplémentaires pour chaque échantillon de l'enveloppe et augmente donc le nombre de forces à traiter, ce qui allonge les calculs nécessaires pour intégrer le système dans le temps.

Nous avons donc opté pour une méthode de modification directe de positions et de vitesses semblable à la méthode d'Euler explicite avec modifications de vitesses présentée à la section 2.3.3. Lors de l'application de forces à l'échantillon, celui-ci se comporte comme si la demi-droite sur laquelle il doit demeurer était fixe dans l'espace plutôt que définie tel qu'il est expliqué à la figure 4.8, c'est-à-dire que les forces qui lui sont appliquées sont projetées sur la droite de support de cette demi-droite. Après le pas d'intégration, sa position et sa vitesse sont placées le long de la nouvelle demi-droite en fonction de celles en vigueur sur l'ancienne demi-droite après le pas de simulation. Comme pour la correction de positions et vitesses présentées précédemment, cette solution n'est pas exacte, mais elle fournit une approximation suffisante de façon très simple et respecte rigoureusement les contraintes imposées.

4.2.2 Collisions avec le corps

Vu le grand nombre de particules constituant la chevelure (près de 5000 pour la représentation par mèches dont cet ouvrage fait état), et le nombre généralement grand de polygones constituant le corps du personnage (généralement polygonal ou approximé par des polygones, de l'ordre de quelques milliers), il serait trop coûteux de considérer les collisions simplement de

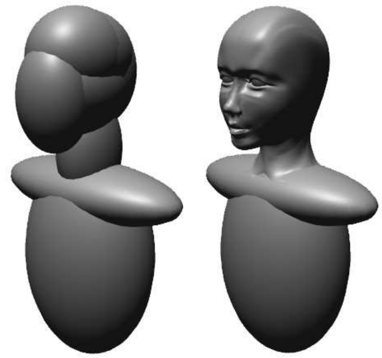

FIG. 4.9 – Le personnage (à droite) est approximé par des ellipsoïdes (à gauche) pour faciliter la détection de collisions. La partie inférieure du modèle est identique pour le modèle et son approximation simplement parce qu'elle a été ajoutée au modèle original pour l'expérience. Au total, dix ellipsoïdes sont utilisés dans cet exemple.

particule à polygone. Anjyo *et al.* [AUK92] approximent pour cette fin la tête par un ellipsoïde. Comme les modèles ne sont pas tous bien approximés par un seul ellipsoïde, et comme il peut être nécessaire, suivant la longueur de la chevelure, de considérer aussi les collisions avec les épaules, le torse ou les bras, nous utilisons plusieurs ellipsoïdes isothétiques pour approximer la forme du modèle aux fins de détection de collisions (voir la figure 4.9).

Pour ensuite savoir si une particule se trouve à l'intérieur du modèle du personnage, on vérifie si elle se trouve à l'intérieur d'un des ellipsoïdes, et si c'est le cas, on la considère dans le modèle. Pour déterminer si la particule à la position $[\ p_x\ p_y\ p_z\ ]^T$ est dans un ellipsoïde centré à $[\ e_x\ e_y\ e_z\ ]^T$ de rayons r_x, r_y et r_z, on évalue l'expression

$$\frac{(p_x - e_x)^2}{{r_x}^2} + \frac{(p_y - e_y)^2}{{r_y}^2} + \frac{(p_z - e_z)^2}{{r_z}^2} < 1$$

et si celle-ci est vraie, alors la particule se trouve dans l'ellipsoïde.

Il reste ensuite à déterminer comment le système réagit à une collision. Plusieurs auteurs, dont Rosenblum *et al.* [RCT91] et Anjyo *et al.* [AUK92], se servent de forces de pénalité pour contrer la pénétration non désirée. Ces méthodes tentent de rendre la discontinuité de la collision par une force qui modifie la position de la particule de façon continue dans le temps. Une autre approche, présentée par Witkin [Wit97a], consiste à modifier directement la vitesse de la particule en la reflétant par rapport à la surface. Soit $\vec{n}$ la normale de la surface au point de collision et $\vec{v}_i$ la vitesse initiale de la particule, alors la vitesse $\vec{v}_c$ de celle-ci après une collision parfaitement élastique et sans frottement est

$$\vec{v}_c = \vec{v}_i - 2\,(\vec{v}_i \cdot \vec{n})\,\vec{n}$$

si on considère que l'objet avec lequel la particule est en collision a une masse de beaucoup supérieure à celle de la particule. Si on désire en plus traiter le frottement et les collisions partiellement inélastiques, on peut les approximer simplement en multipliant la composante de $\vec{v}_i$ tangente à la surface par un coefficient de frottement $c_f \in [0, 1]$, et la composante de $\vec{v}_i$ le long de $\vec{n}$ par un coefficient d'élasticité $c_e \in [0, 1]$. Ceci nous donne :

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{normale}} &= (\vec{v}_i \cdot \vec{n})\,\vec{n} \\ \vec{v}_{\text{tangente}} &= \vec{v}_i - \vec{v}_{\text{normale}} \\ \vec{v}_c &= c_f \vec{v}_{\text{tangente}} - (1 + c_e)\vec{v}_{\text{normale}}.\end{aligned}$$

Ces deux équations ne fonctionnent que si la vitesse était initialement dirigée vers l'intérieur du modèle, aussi faut-il vérifier au préalable que cette condition est satisfaite avant de les appliquer. Si elle ne l'est pas, on présume que c'est parce que la réaction à la collision a déjà été effectuée, et on laisse la particule s'éloigner d'elle-même de la surface.

Selon le pas de temps choisi et la vitesse relative des particules et du personnage, il est possible que la particule soit déjà visiblement enfoncée dans le personnage au moment où la vitesse est corrigée. Il faut donc, en plus de modifier la vitesse de la particule, ramener celle-ci à la surface.

Dans le cas des particules du squelette de la mèche, l'approche employée consiste à sortir la particule de l'ellipsoïde par où elle est entrée. La nouvelle position est donnée par une intersection entre l'ellipsoïde et une droite passant par la position de la particule et dont l'orientation est celle du vecteur vitesse de cette particule. Puisque la particule se trouve dans l'ellipsoïde, l'intersection entre cette droite et l'ellipsoïde existe en deux points, et un seul est dans la direction contraire à la vitesse de la particule. Pour que la particule soit clairement hors de l'ellipsoïde, elle est en fait déplacée légèrement au-dessus de la surface à une distance fixe arbitraire.

Pour un échantillon de l'enveloppe, la procédure est quelque peu différente, étant donné que la position de celle-ci est contrainte. Tout d'abord, la particule du squelette se trouvant au centre du plan bisecteur est déplacée hors de l'ellipse si nécessaire, de la façon indiquée ci-haut. Ceci garantit qu'au moins une portion de la demi-droite contraignant la position de l'échantillon se trouve hors de l'ellipsoïde. Puis, si l'échantillon se trouve dans l'ellipsoïde, celui-ci est déplacé sur sa demi-droite hors de l'ellipsoïde à une position obtenue en intersectant la demi-droite avec l'ellipsoïde. Si deux intersections sont obtenues avec cette demi-droite, la plus proche de la particule du squelette est choisie.

4.3 Animation de la chevelure

Cette section traite de la façon dont plusieurs mèches sont animées pour rendre le mouvement de la chevelure. Il est d'abord question de la modélisation d'une coiffure. Ensuite, il est discuté des interactions entre mèches, qui sont l'une des contributions majeures de cet ouvrage. Enfin, la discussion porte sur la subdivision adaptative des mèches, qui permet d'améliorer à la fois l'efficacité et l'apparence du modèle.

4.3.1 Position initiale

Anjyo *et al.* [AUK92] utilisent une méthode fort simple pour obtenir une coiffure initiale. À partir de cheveux sortis directement de la tête sans tenir compte de la gravité, ils appliquent à la chevelure un champ de forces particulier selon la coiffure désirée (voir la figure 4.10).

Cette méthode a été retenue pour les recherches dont le présent ouvrage fait état, et un caractère temporel a été ajouté, c'est-à-dire que le champ de forces est modifié à travers le temps. Par exemple, pour obtenir une coiffure simple de cheveux longs, un champ de forces parallèles vers l'arrière du personnage a été appliqué, et au cours du temps ce champ de forces a été redirigé vers le bas (voir la figure 4.11). Cette méthode ne permet pas d'obtenir facilement des chevelures complexes, mais s'est avérée suffisante pour nos expériences.

4.3.2 Interactions entre mèches

Il est ici question de phénomènes jusqu'ici largement ignorés en animation de la chevelure : les collisions et la friction entre cheveux. Notre modèle tient compte de ces phénomènes à deux

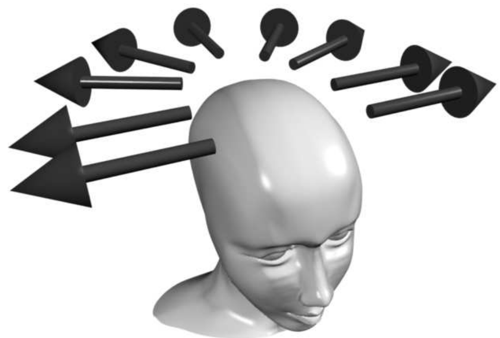

FIG. 4.10 – Anjyo *et al.* [AUK92] utilisent un champ de forces pour obtenir la coiffure désirée. Ici, le champ de forces, représenté par les flèches en noir, cause une séparation de la chevelure au centre de la tête. Combinés à la force de gravité, de tels champs de forces permettent l'obtention d'une position initiale plausible. Ce champ ne sert qu'à «coiffer» le personnage et n'est pas activé pendant l'animation.

FIG. 4.11 – Pour obtenir une coiffure un peu plus raisonnable aux fins de tests, nous avons initialement orienté les mèches selon la direction de la racine, puis nous avons utilisé un champ de forces parallèles dirigées d'abord vers l'arrière, puis vers le bas.

niveaux : ceux se produisant à l'intérieur d'une même section de mèche et ceux se produisant entre des cheveux de sections de mèche différentes. Dans le premier cas, ils sont approximés par la résistance de la mèche à la compression. Dans le second cas, ils sont approximés par des interactions entre mèches : les collisions entre cheveux deviennent des collisions entre mèches, et les frictions entre cheveux, des interpénétrations visqueuses entre les mèches.

Détection d'une interaction

Deux mèches interagissent si leurs volumes s'intersectent. Cependant, la forme de l'enveloppe de la mèche telle que nous la définissons est difficile à calculer ailleurs qu'à son intersection avec chacun des plans bisecteurs, où elle a l'aspect illustré à la figure 4.4. Il est nécessaire de faire une interpolation quelconque pour déterminer la forme de l'enveloppe ailleurs qu'aux sommets. Pour cette raison, intersecter deux sections de mèche (de la même mèche ou de mèches différentes) par leurs volumes implique la recherche de l'écart minimum entre ces deux sections de mèche. Dans le cas où des quarts d'ellipses sont utilisés, ces équations sont en plus non-linéaires.

Afin d'éviter la complexité d'un tel calcul, et considérant qu'une détection exacte des interactions entre ces volumes n'est déjà qu'une approximation des interactions entre les cheveux, nous avons considéré qu'il était préférable de détecter les intersections de point à volume plutôt que de volume à volume. Il s'agit alors de déterminer si deux sections de mèche s'intersectent en testant si les particules de la première mèche se trouvent dans le volume de la seconde et vice-versa.

Pour déterminer si un point se trouve dans le volume de la mèche, on procède comme suit. Soit la section de mèche allant du sommet à $\vec{p}_1$ au sommet à $\vec{p}_2$ sur le squelette, et la particule à $\vec{p}_i$ dont on doit déterminer si elle se trouve ou non dans la section de mèche. Le cas est illustré à la figure 4.12. Soit le plan L qui contient $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ et $\vec{p}_i$. Soit également les échantillons de l'enveloppe à $\vec{e}_{11}$, $\vec{e}_{12}$, $\vec{e}_{21}$ et $\vec{e}_{22}$ dont la projection sur L se trouve du même côté de $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ que $\vec{p}_i$.

Le point $\vec{z}_1$ est obtenu en trouvant où L intersecte la surface de l'enveloppe dans le plan bisecteur. Dans le cas implémenté où 4 échantillons sont employés, la position des deux échantillons d'intérêt fournissent les rayons d'une ellipse, dont l'intersection avec L donne $\vec{z}_1$. Le

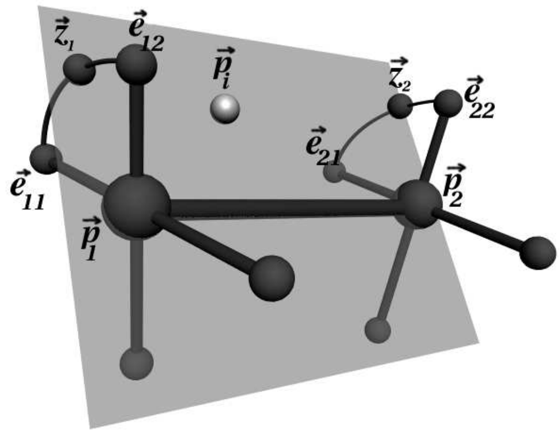

FIG. 4.12 – Afin de déterminer si un point $\vec{p}_i$ se trouve dans le volume d'une section de mèche, on intersecte le volume de cette section avec le plan défini par les points $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{p}_i$ (indiqué en gris). On peut ensuite déterminer si $\vec{p}_i$ se trouve dans le quadrilatère $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{z}_2$, $\vec{z}_1$.

point $\vec{z}_2$ est trouvé de la même manière dans le plan bisecteur passant par $\vec{p}_2$.

Enfin, on peut savoir si $\vec{p}_i$ se trouve dans la mèche en vérifiant s'il se trouve dans le quadrilatère formé par $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{z}_2$ et $\vec{z}_1$. Afin de vérifier ceci de façon robuste, on répond à cette question par l'affirmative si $\vec{p}_i$ se trouve dans un et un seul des deux triangles $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{z}_2$ et $\vec{p}_1$, $\vec{z}_2$, $\vec{z}_1$, ce qui sera correct même si le quadrilatère est non-convexe ou s'intersecte.

La détection d'intersections de mèches par point-volume comporte une lacune importante : plus la longueur de la section de mèche est importante par rapport à son épaisseur, plus ce test risque de rater des intersections (voir la figure 4.13). Il n'existe pas à notre connaissance de moyen efficace pour pallier cette limite autrement qu'en s'assurant que le squelette de la mèche soit constitué de suffisamment de particules pour que le rapport entre la longueur des sections et leur diamètre reste relativement proche de 1.

Subdivision de l'espace

La détection d'intersection décrite à la section précédente est utilisée pour détecter les interactions entre sections de mèche, et doit donc être appelée constamment au cours de la simulation pour l'ensemble de la chevelure. La détection d'intersection de mèches reste tout de même coûteuse : pour n sections de mèches, elle prendra un temps $O(n^2)$. Afin de diminuer le nombre de tests à effectuer, l'espace est subdivisé en une grille régulière dont la taille de chaque cellule est

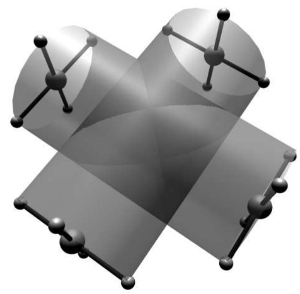

FIG. 4.13 – Dans le cas où l'épaisseur de la section de mèche est relativement petite par rapport à sa longueur, il est possible qu'on se retrouve dans le cas illustré ci-dessus, où les points composant les sections ne se trouvent pas dans le volume de l'autre section bien qu'il y ait clairement intersection des volumes.

du même ordre que les dimensions d'une section de mèche. Chaque cellule de la grille contient une liste des sections de mèche dont la boîte englobante intersecte la cellule. Cette liste est utilisée pour déterminer, pour chaque section de mèche, quelles sont les sections environnantes avec lesquelles une intersection est possible.

L'approche naïve procède en prenant chaque section de mèche tour à tour, en obtenant tour à tour chaque cellule contenant cette section, et en faisant ensuite un test d'intersection entre cette section et chacune des sections contenues dans la cellule. Comme chacune des deux sections de mèche se trouve en général dans plusieurs cellules, chaque paire sera donc testée plusieurs fois. Cette façon de procéder est inutilement inefficace, mais elle a un inconvénient plus grand encore : la réaction appliquée aux sections lorsque celles-ci s'intersectent, telle que décrite ci-bas, sera appliquée plus d'une fois si l'intersection est détectée plusieurs fois. Il en résulte qu'une réaction exagérée et erronée peut être appliquée.

Une approche plus complexe est donc nécessaire. L'approche de la boîte à lettres *(mailbox)* présentée par Amanatides et Woo [AW87] pour le tracé de rayons a été retenue. Une grille régulière est construite avant chaque évaluation et une référence à chacune des sections de mèche est ajoutée à chacune des cellule qui la contient. Au moment de détecter les intersections de mèches, l'algorithme suivant est ensuite appliqué :

compteur $= 0$ *;*
Pour chaque section s_1 *de la chevelure*
  boîteALettres$(s_1) = 0$ *;*
Pour chaque section s_1 *de la chevelure*
  compteur $=$ *compteur* $+ 1$ *;*
  boîteALettres$(s_1) =$ *compteur ;*
  Pour chaque cellule c occupée par la section s_1
    Pour chaque section s_2 *dans la cellule* c
      Si ($s_1 == s_2$*)*
        Retirer s_1 *de* c *;*
      Si (boîteALettres$(s_1) \neq$ *boîteALettres*(s_2)*)*
        testerIntersection(s_1, s_2) *;*
        boîteALettre$(s_2) =$ *boîteALettres*(s_1) *;*

Traitement des interpénétrations

S'il est détecté que deux sections de mèche s'intersectent, elles peuvent alors soit entrer en collision l'une contre l'autre, soit s'interpénétrer. L'angle avec lequel elles se rencontrent- détermine le choix du phénomène. Plus précisément, si $\vec{d_1}$ et $\vec{d_2}$ sont des vecteurs indiquant l'orientation dans l'espace des deux sections de mèche, et si $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont les vitesses des deux sections au point d'intersection $\vec{p_i}$[2], alors il y aura interpénétration si

$$\left\| \left(\frac{\vec{d_1} \times \vec{d_2}}{\|\vec{d_1} \times \vec{d_2}\|} \right) \cdot \left(\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\|\vec{v}_2 - \vec{v}_1\|} \right) \right\| < s_{\text{interp}}$$

où les barres verticales extérieures dénotent la valeur absolue d'un scalaire, et non la norme d'un vecteur, et où s_{interp} est un paramètre fourni par l'usager. En résumé, une intersection est traitée comme une interpénétration si la vitesse relative des sections de mèche est à peu près dans le plan parallèle à ces deux sections, selon le paramètre s_{interp}. Des valeurs entre $0{,}75$ et 1 sont généralement employées.

Dans le cas où il est déterminé qu'une interpénétration a lieu, certains déplacements relatifs entre les deux sections ne sont plus permis, sans quoi les cheveux constituant ces sections

[2]Dans le cas de la section de mèche traitée comme un volume dans l'intersection point-volume, cette vitesse est obtenue par une moyenne pondérée des vitesses des particules aux positions $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_{11}, \vec{p}_{12}, \vec{p}_{21}, \vec{p}_{22}$.

passeraient les uns à travers les autres. Ces déplacements sont ceux dans la direction

$$\vec{d}_{\text{interdite}} = \vec{d}_1 \times \vec{d}_2$$

Pour deux sections de mèche en interpénétration, il faut donc s'assurer que la composante de leur vitesse relative le long de $\vec{d}_{\text{interdite}}$ est nulle.

Les déplacements permis sont quant à eux freinés par une force de frottement visqueux simulant la friction entre cheveux individuels. Nous avons approximé cette force par une modification de la vitesse relative entre le point testé et le volume. Cette modification vise à réduire la vitesse relative des particules en jeu et est fonction de la densité du volume. Soit A la section de mèche prise comme le volume, et soit B la section de mèche à laquelle appartient la particule dans ce volume. La modification de vitesse n'est appliquée qu'à la particule de B et non au volume de A (celui-ci n'étant pas directement représenté dans le système, bien qu'il le soit indirectement par les particules le composant). Si les particules constituant le volume de la section de mèche A se retrouvent à leur tour dans un volume en partie défini par la particule de la section de mèche B déjà dans A, alors cette méthode n'enfreint pas le principe d'action-réaction, puisque le volume de A subit à son tour cette modification de vitesse de façon indirecte. Si ce n'est pas le cas, l'enveloppe ne subira jamais cette modification de vitesse et le principe d'action-réaction n'est alors pas respecté. Il s'agit d'une lacune dont la principale cause est la détection de collisions point à volume.

Traitement des collisions

Dans le cas où les deux sections de mèche s'intersectent sans interpénétration permise, il se produit alors une collision inélastique entre les deux sections de mèche. L'effet de cette collision est tout simplement d'annuler la vitesse relative entre l'enveloppe de la section de mèche définissant le volume et la particule se trouvant dans ce volume. Cependant, il est nécessaire de vérifier que ce traitement n'est effectué que lorsque la vitesse relative de la particule et du volume montre que ceux-ci se rapprochent. Autrement, la particule resterait collée éternellement à la surface, puisque sa vitesse par rapport à celle-ci serait constamment annulée. De la même façon que pour les interpénétrations, l'effet de cette collision n'est appliqué qu'à la particule et non au volume.

Diminution de la fréquence du test d'intersection

La rigidité des ressorts constituant le squelette de la mèche impose une fréquence d'évaluation du système très élevée, c'est-à-dire un pas de temps Δt très petit. Les interactions entre mèches, qui demeurent coûteuses malgré la subdivision d'espace, se produisent à des fréquences bien inférieures à celle nécessaire à l'évaluation du mouvement du squelette.

La formulation des interpénétrations et collisions permet leur évaluation à une fréquence différente de celle du reste du système. Dans le cas des interpénétrations, où deux mèches qui s'interpénètrent verront leurs vitesses modifiées à chaque application du traitement, il suffit d'introduire un facteur multiplicatif au changement de vitesse qui est égal au rapport

$$\frac{\Delta t_{\text{interpénétration}}}{\Delta t_{\text{principal}}},$$

permettant ainsi de rendre l'effet du traitement indépendant de la fréquence d'évaluation. Dans le cas des collisions, aucune modification n'est nécessaire, puisqu'il s'agit d'un traitement ponctuel qui n'est appliqué qu'une seule fois par collision. Si le traitement avait procédé par l'application de forces de pénalité, une modification semblable à celle faite ci-haut pour les interpénétrations aurait été nécessaire.

Dans notre implémentation, l'évaluation des interpénétrations et collisions est faite typiquement à une fréquence par cent fois inférieure à celle à laquelle le reste du système est évalué sans que ceci ne cause de mouvements irréalistes (voir le chapitre 5).

4.3.3 Subdivision adaptative des mèches

La méthode telle que décrite jusqu'à maintenant produit des chevelures réalistes au repos ou soumises à de légers mouvements. Cependant, lors de mouvements plus violents où des mèches ne sont plus interpénétrées par d'autres et apparaissent isolément, le traitement par mèches produit un comportement de groupe indésirable et les mèches deviennent trop visibles.

Une solution consiste à choisir un nombre de mèches approprié pour l'animation, en faisant varier le diamètre. Ceci demande que l'animateur procède par essais et erreurs, ce qui augmente

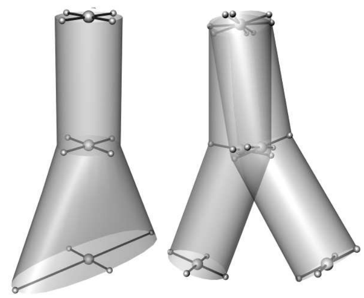

FIG. 4.14 – À gauche de cette illustration se trouve une mèche non subdivisée. À droite, la mèche a été subdivisée en deux mèches deux fois moins denses. Les ressorts reliant le squelette à l'enveloppe ont une longueur au repos qui est la moitié de celle de la mèche originale, et après quelque temps la mèche prendra un rayon plus petit.

inutilement le temps de calcul pour les portions temporelles et spatiales de l'animation où ce raffinement n'apporte aucun gain de réalisme.

Une autre solution est d'ajouter des cheveux animés individuellement comme le fait Rosenblum [RCT91], sans traiter les interactions avec les autres cheveux. Cette idée peut ajouter au réalisme, mais ne peut régler d'elle-même l'aspect de comportement de groupe à moins d'insérer un très grand nombre de ces cheveux, ce qui annule alors les efforts précédents visant à traiter les interactions entre les cheveux.

Il est aussi possible d'ajuster adaptativement le nombre de mèches utilisées à mesure qu'il est déterminé au cours du calcul de l'animation qu'un tel ajout augmenterait le réalisme (voir la figure 4.14). On peut ainsi augmenter le réalisme selon les besoins de l'animation de façon automatique.

Critère de subdivision

On détermine que le réalisme de l'animation d'une mèche peut être rehaussé quand, à un ou plusieurs sommets de son squelette, le rapport entre son plus petit et son plus grand diamètre dépasse un seuil spécifié (voir la figure 4.14).

Il est nécessaire d'ajouter une condition initiale à la subdivision d'une section : si une mèche est née d'une subdivision antérieure, elle ne peut être divisée en deux que si elle est suffisamment loin de l'autre mèche née de la même subdivision. Ceci permet d'éviter qu'une mèche se subdivise à répétition sans que cela n'augmente le réalisme, les mèches résultantes étant toutes superposées.

État des nouvelles mèches

L'état des nouvelles sections comprend les positions et les vitesses des deux nouvelles particules de squelette, ainsi que celles des nouveaux échantillons de l'enveloppe. Il comprend aussi les paramètres des ressorts internes de la mèche. Ces derniers sont tout simplement divisés par deux, à l'exception de la longueur au repos des ressorts reliant les échantillons d'enveloppe au squelette. Ceux-ci gardent la valeur de l'ancienne mèche, créant ainsi deux nouvelles mèches de rayons égaux à ceux de l'ancienne, mais de densité deux fois plus petite. Les cheveux individuels sont simplement assignés aléatoirement à l'une ou l'autre mèche.

Les positions et les vitesses ne peuvent pas être les mêmes pour les deux nouvelles mèches. Si c'était le cas, ces deux mèches seraient soumises exactement aux mêmes forces puisque leur état physique en entier serait identique l'un à l'autre, et la subdivision n'aurait alors aucun effet sur l'aspect visuel de l'animation.

Les positions devant être initialement identiques pour les deux mèches pour des raisons de continuité temporelle, seule une différence de vitesses permettra à la subdivision de rendre un mouvement plus complexe.

Chacune des composantes de la mèche originale à l'endroit où le rapport des diamètres a causé une subdivision (particule de squelette et échantillons d'enveloppe) a une masse m et une vitesse v. La quantité de mouvement de chacune de ces composantes est donnée par mv, et cette quantité de mouvement devrait être conservée, comme dans le cas d'une collision inélastique [Ser92]. Les nouvelles composantes, dont chacune a la moitié de la masse initiale, devraient donc chacune avoir une vitesse dont la norme est la même que celle de la composante initiale, puisque $\frac{m}{2}v + \frac{m}{2}v = mv$. C'est ici que s'arrête l'apport de la physique, puisqu'il s'agit non pas d'une collision ni même d'une séparation d'un objet unique en plusieurs objets. Il s'agit de raffiner l'approximation du mouvement d'un grand nombre d'objets (les cheveux). Il reste encore à choisir une direction aux vitesses des nouvelles particules dont la norme est celle de la vitesse des particules initiales. Cette direction est en partie celle de la vitesse de la particule initiale, et en partie celle du diamètre maximal, la proportion en question étant égale au rapport entre les diamètres maximal et minimal.

Extensions étudiées

Arborescence de sections de mèches La subdivision de sections individuelles, plutôt que de mèches en entier, a également été considérée. Cette solution permet de raffiner une mèche seulement aux endroits nécessaires, ce qui est avantageux par exemple dans le cas de cheveux longs où l'animation requiert plus de détail dans le bas de la chevelure. Des expériences ont été réalisées où la structure de la mèche est un arbre, c'est-à-dire qu'une section ne peut se diviser que si elle n'a soit aucune section fille, soit plus d'une (autrement, le graphe des sections de mèche ne serait plus une arborescence). La normale du plan bisecteur entre cette section et ses filles est déterminée dans notre implémentation par la moyenne des directions de ces filles, ce qui pose un problème esthétique et de définition de volume lorsque ces orientations sont très différentes. Pour ces raisons, nous avons abandonné cette avenue, qui reste tout de même prometteuse.

Réunification de mèches La possibilité de réunifier des mèches a été brièvement étudiée. Lorsqu'une subdivision a lieu, certaines précautions, décrites ci-haut, permettent d'obtenir un mouvement qui ne semble pas discontinu à travers le temps. Lors d'une réunification, des précautions doivent être prises pour les mêmes raisons, mais dans ce cas-ci elles sont beaucoup plus complexes. Comme deux mèches auront rarement exactement le même état, si on souhaite les unifier il est nécessaire de les ramener à travers le temps à un état assez semblable pour qu'elles puissent être ensuite remplacées par une seule mèche sans discontinuité perceptible dans le temps. Il n'a pas été déterminé si de telles opérations peuvent être faites à coût raisonnable sans compromettre la qualité de l'animation.

4.4 Conclusion

Le modèle présenté ici obtient le mouvement de plusieurs cheveux adjacents sur le scalp par la déformation d'un volume qui les englobe. Plusieurs de ces volumes sont utilisés pour modéliser une chevelure entière. Ces volumes interagissent, simulant les interactions des cheveux qu'ils contiennent, ce qu'aucune autre méthode publiée à ce jour ne permet de faire. Ce modèle peut être raffiné à travers le temps pour obtenir des mouvements plus détaillés.

Chapitre 5

Résultats

> ***... and since it is now well-established that all known gods came into existence a good three millionths of a second after the Universe began rather than, as they usually claimed, the previous week, they already have a great deal of explaining to do as it is, and are therefore not available for comment on matters of deep physics at this time.***
>
> **Douglas Adams, *Mostly Harmless***

Ce chapitre illustre les résultats expérimentaux obtenus par la méthode décrite au chapitre 4. Chacun des tests effectués montre un aspect particulier du modèle ou de son utilisation, et est accompagné de temps de calculs. Ces temps ont tous été obtenus en utilisant un exécutable optimisé par le compilateur (-O2 sur le compilateur o32 d'Irix 6.2), mais sans autre optimisations algorithmiques que celles mentionnées au chapitre 4. L'exécution s'est déroulée dans tous les cas sur un processeur R4400 de MIPS à fréquence d'horloge de 200MHz, dont la cache secondaire de 4Mo est partagée par 4 processeurs. La fréquence d'évaluation utilisée dans tous les cas est de 9000Hz, et 30 images sont calculées par seconde d'animation (300 évaluations ont donc lieu entre chaque image). La détection d'interactions entre mèches s'est effectuée à 90Hz.

Les illustrations contenues dans ce chapitre ne constituent que quelques images d'animations complètes qui ne peuvent bien sûr être incluses dans ce document. Les animations peuvent être téléchargées à partir de l'URL `http ://www.iro.umontreal.ca/labs/infographie/theses/plante`.

Rayon (m)	Temps (s)	secondes/image
0.01	483	3,92
0.02	579	4,71
0.03	632	5,14

TAB. 5.1 – Temps de calcul en fonction du rayon des mèches. Les temps indiqués sont pour une animation de 123 images.

5.1 Rayons de mèches

Ce test montre l'effet de la variation du rayon des mèches tant sur le mouvement obtenu que sur l'aspect général de la chevelure. Pour chacun des trois rayons illustrés ici, une grille de 3×3 mèches est soumise à un vent modéré irrégulier pour une durée de 4 secondes. Les rayons de mèches sont de 1 centimètre dans le premier cas, de 2 centimètres dans le deuxième et de 3 centimètres dans le troisième. Les résultats sont illustrés à la figure 5.1.

Il est à remarquer que lorsque les mèches s'interpénètrent, elles donnent à la chevelure un aspect plus complexe. Ceci est particulièrement évident dans la colonne du centre, dans le bas des mèches. On peut aussi remarquer que les effets d'interpénétration confèrent à la chevelure une plus grande inertie, puisque l'inclinaison maximale à la dernière rangée est bien inférieure à celle des deux autres.

Les temps de calcul pour ces animations de 4 secondes chacune sont donnés au tableau 5.1. On remarque à partir de ces temps que le rayon a une influence sur le temps de calcul. Ceci s'explique aisément par l'augmentation du nombre d'interactions (collisions et interpénétrations) entre les mèches, qui croît avec la quantité de mèches dans un volume donné.

5.2 Interactions entre mèches

Le traitement des interactions entre mèches a une influence significative sur le mouvement de groupes de mèches, comme le démontre le test qui suit.

L'expérience consiste à placer deux mèches de sorte que la gravité les poussera à entrer en contact. Dans un premier temps, ni les collisions ni les interpénétrations sont traitées et les deux mèches peuvent passer l'une à travers l'autre sans qu'il n'y ait de changement de mouvement. Il s'agit du comportement qu'on retrouve dans les méthodes d'animation discutées au chapitre

FIG. 5.1 – La rangée du haut montre les images 1, 12 et 40 d'une animation de 123 images d'une grille de 3×3 mèches de rayon de 1 centimètre. Ces images sont celles où les mèches étaient le plus fortement inclinées. La seconde rangée montre les images 1, 19 et 44 de la même situation avec un rayon de 2 centimètres et les images sont choisies selon le même critère. La dernière rangée montre les images 1, 16 et 45 de cette expérience avec un rayon de 3 centimètres.

Animation	Temps (s)	secondes/image
Aucune interaction	70,53	0,76
Interpénétrations	78,84	0,86
Collisions	77,57	0,84
Toutes interactions	83,32	0,91

TAB. 5.2 – Temps de calcul des animations illustrant les interactions entre mèches

3. Dans un second temps, le test est repris en traitant les interpénétrations, et une viscosité est appliquée aux sections qui s'interpénètrent pour simuler le frottement entre cheveux, en éliminant la portion de la vitesse relative qui n'est pas permise, tel que décrit à la section 4.3.2. Ensuite, aucune viscosité n'est appliquée, mais une collision a lieu lorsque le cosinus de l'angle entre la direction de la vitesse relative des deux sections de mèches et le plan défini par les deux sections de mèches est inférieur à $0{,}9$. Finalement, les collisions et le frottement sont pris en compte. La figure 5.2 montre des images prises de chacune des animations obtenues.

Les temps de calcul pour ce test sont donnés au tableau 5.2. Il est à noter que la différence de temps entre les trois dernières animations s'explique simplement par le fait que les mèches sont restées en contact plus ou moins longtemps, puisque pour chaque paire de sections de mèches on ne traite toujours qu'une interpénétration ou une collision, et non les deux à la fois. La faible augmentation du temps de calcul pour traiter les diverses interactions s'explique par le fait que celles-ci sont évaluées à une fréquence de 100 fois moindre que celle des ressorts.

5.3 Viscosité des interpénétrations

Ce test démontre simplement l'effet d'une viscosité plus ou moins grande lors d'interpénétrations entre mèches. Deux mèches sont placées en interpénétration au début de l'animation, pour ensuite se séparer sous l'effet de la gravité. Deux viscosités différentes sont illustrées : dans le premier cas, la viscosité est réglée à $0{,}5$ et dans le second, elle est réglée à 50. Les images 1, 10, 20 et 56 de chacune des deux animations de 91 images sont illustrées à la figure 5.3.

On remarque qu'à une viscosité de $0{,}5$, les mèches n'ont aucun problème à se séparer et le sont complètement à l'image 20. Lorsqu'elles reviennent en contact, un peu avant l'image 56,

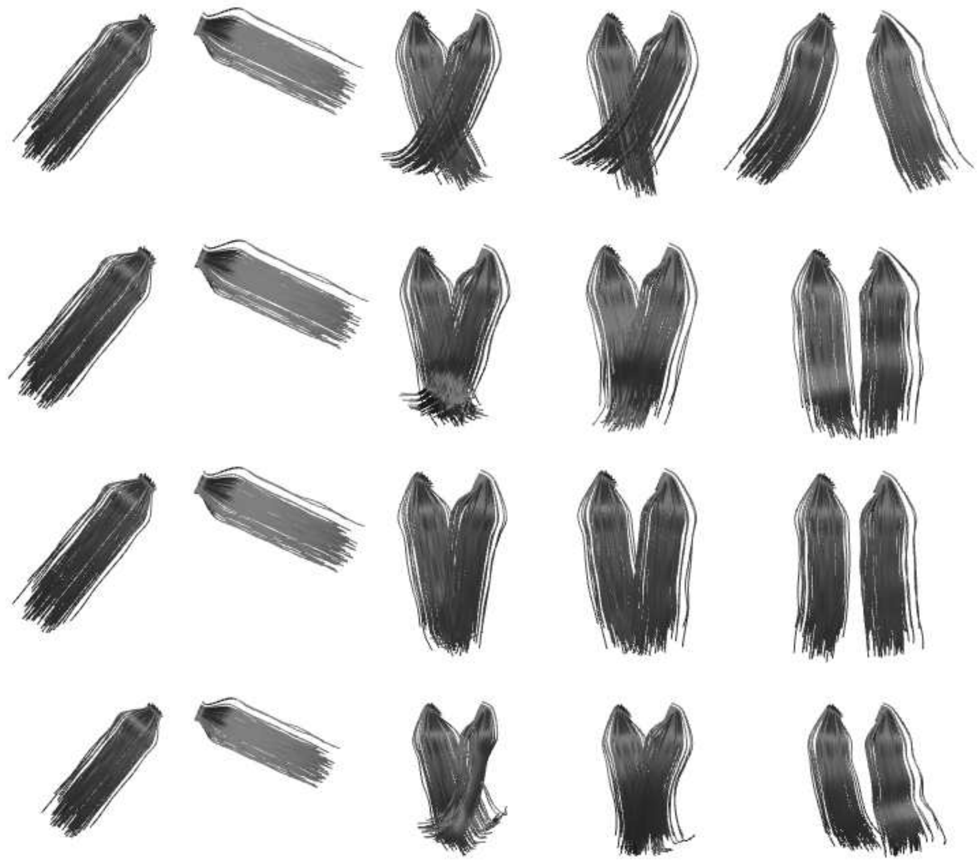

FIG. 5.2 – Sont regroupées ici les images 1, 12, 24 et 64 de quatre animations de 91 images. La première rangée montre les résultats obtenus lorsqu'aucune interaction entre les mèches n'est prise en compte. La seconde montre l'effet du traitement de la friction entre mèches qui s'intersectent. La troisième illustre les résultats obtenus en ne tenant compte que des collisions. Les deux traitements sont appliqués pour produire l'animation dont sont tirées les images de la dernière rangée.

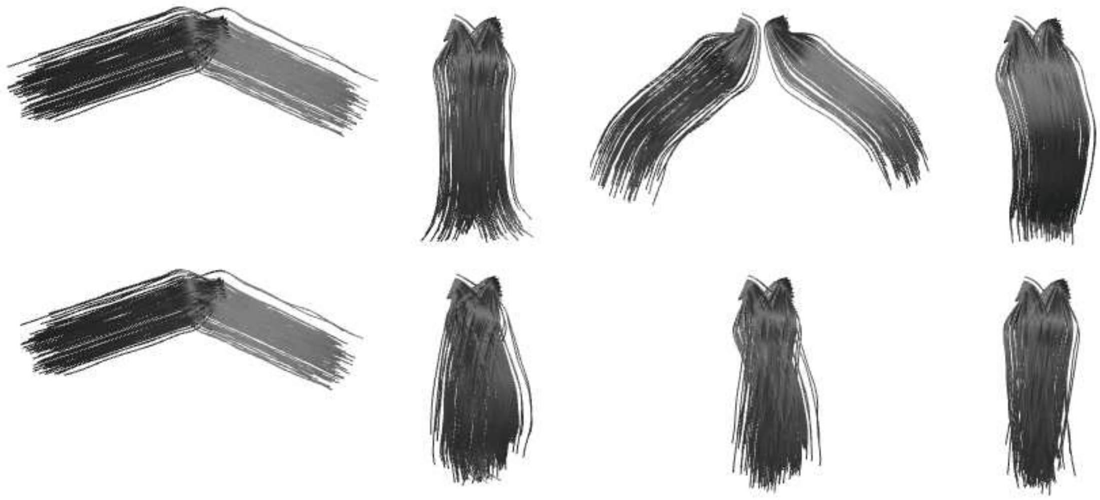

FIG. 5.3 – La rangée du haut montre les images 1, 10, 20 et 56 d'une animation de 91 images où la viscosité des interpénétrations est réglée à 0,5. La rangée du bas montre les mêmes images où la viscosité est réglée à 50.

Viscosité	Temps (s)	secondes/image
0,5	77,58	0,85
50,0	76,13	0,84

TAB. 5.3 – Temps de calcul des animations illustrant deux viscosités différentes

leur vitesse relative n'est cependant plus assez grande, et la viscosité est suffisante pour qu'elles ne se séparent plus. À une viscosité de 50 cependant, les deux mèches restent prises ensemble pendant toute la durée de l'animation. Les temps de calcul sont donnés au tableau 5.3.

5.4 Collision avec une sphère

Dans ce test, la détection de collisions avec un modèle est utilisée pour faire réagir un groupe de 36 mèches au passage d'une sphère à travers le groupe. Parce que la sphère bouge par rapport aux racines des mèches, contrairement au test de la section 5.6, l'algorithme de détection de collisions a été légèrement modifié pour que le déplacement de particules hors du modèle n'ait pas pour effet d'allonger les ressorts. Quelques images de cette animation se trouvent à la figure 5.4. Il a fallu 1 heure, 18 minutes et 55 secondes de temps machine pour calculer cette animation de 219 images.

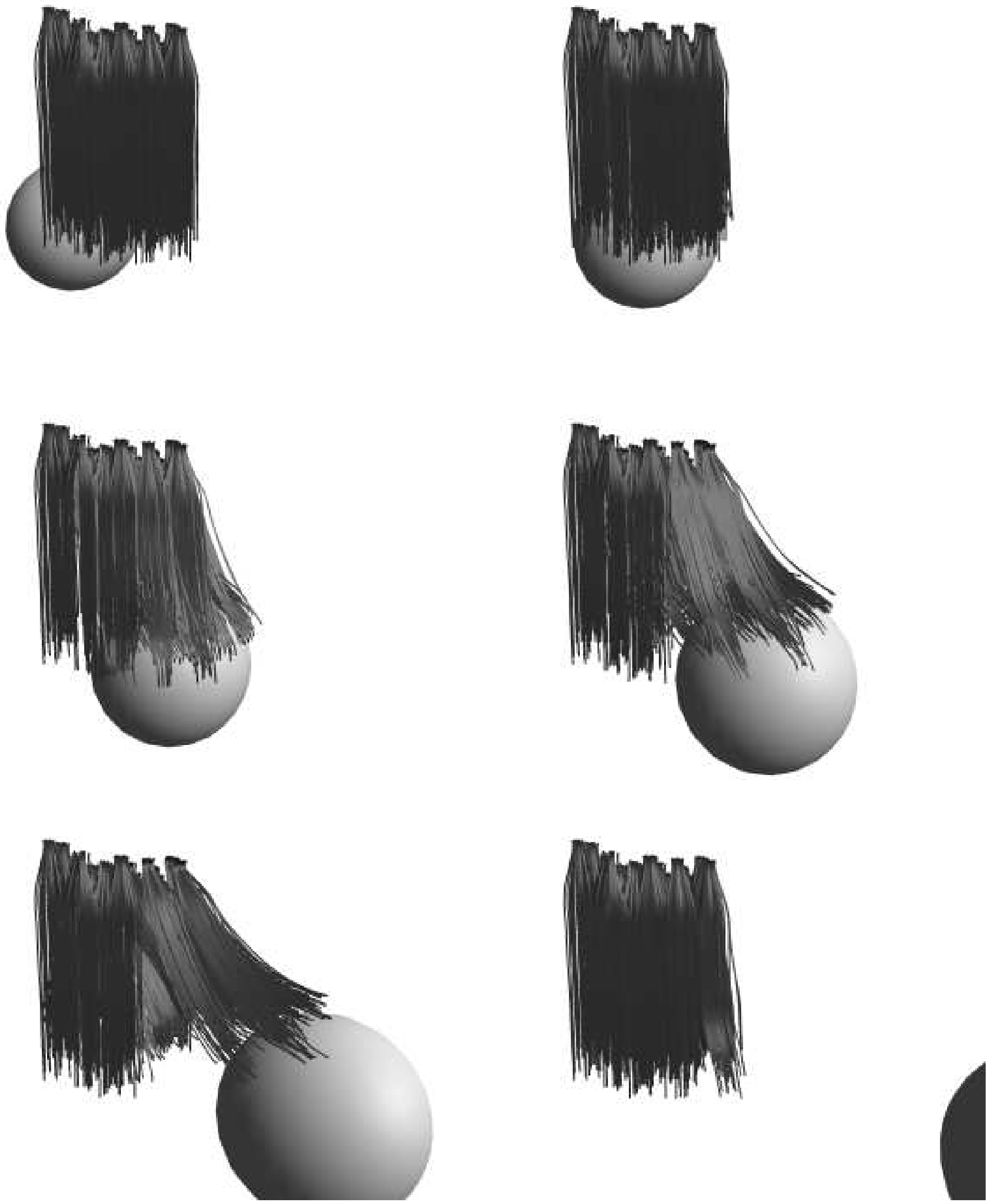

FIG. 5.4 – Cette figure montre les images 50, 75, 100, 125, 150 et 200 d'une animation de 219 images où une sphère passe dans un groupe de 6×6 mèches.

FIG. 5.5 – La première rangée de cette figure montre les images 1, 6, 8 et 10 d'une animation de 84 images où la subdivision adaptative des mèches n'est pas permise. Dans la seconde rangée, on permet aux mèches soumises à une déformation importante de se subdiviser, ce qui crée deux nouvelles mèches à l'image 8. L'animation gagne alors en complexité visuelle.

Ce test illustre un problème de la méthode dont traite cet ouvrage. Puisque les mèches, étant constituées de ressorts, peuvent s'étirer, et que les cheveux qui la composent sont toujours dessinés à longueur constante, les extrémités des mèches peuvent être en collision sans que les cheveux qui la composent ne le soient. Un meilleur traitement des ressorts rigides viendrait à bout de ce problème.

5.5 Subdivision adaptative

Ce test a pour but d'illustrer l'effet de la subdivision adaptative de mèches dans une animation. Deux mèches sont placées dans la même configuration qu'à la section 5.2. Lorsque la simulation démarre et qu'elles tombent, elles se déforment suffisamment pour qu'elles se subdivisent s'il y a lieu. Des images d'une animation sans subdivisions et d'une animation avec subdivisions se trouvent à la figure 5.5.

Le tableau 5.4 montre les temps de calcul nécessaires pour obtenir ces deux animations. Il est à noter que l'importante différence entre les deux temps provient tout simplement du fait qu'à partir de l'image 8 de cette animation de 84 images, le nombre de mèches double dans le

Subdivisions	Temps (s)	secondes/image
Aucune	74,09	0,88
Permises	140,05	1,66

TAB. 5.4 – Temps de calcul des animations avec et sans subdivision adaptative

cas de la subdivision adaptative. Le temps d'exécution du test déterminant si la subdivision doit avoir lieu ou non est négligeable. Ce test est effectué même dans le cas de l'animation où la subdivision n'est pas permise.

5.6 Chevelure dans le vent

Cette section montre les résultats obtenus pour une chevelure complète soumise à un coup de vent. L'animation est calculée sur une durée de 4 secondes, et le vent souffle à pleine intensité pendant la première seconde. Ensuite à chaque pas de temps, l'intensité du vent est diminuée par la fonction $i_j = i_{j-1}/1.5 * t$, où i_{j-1} est l'intensité à l'évaluation précédente, t est le temps total en secondes depuis le début de l'animation, et i_j est la nouvelle intensité, laissant la chevelure retomber pour le reste de l'animation. Il est à noter que la force de vent est implémentée de façon naïve, en ce sens qu'on suppose que toutes les particules du système sont exposées de façon équivalente au vent. Des images prises de cette animation sont illustrées à la figure 5.6. Cette animation de 4 secondes a été calculée en 7 heures, 54 minutes et 34 secondes, soit un peu moins de 4 minutes par image. Cent mèches constituent cette chevelure, et dix ellipsoïdes approximent le modèle.

L'implémentation choisie pour le vent cause ici un artéfact facilement discernable. Les mèches les plus éloignées de la source du vent bougent le plus, parce que le vent n'est pas bloqué par les mèches précédentes et aucune autre mèche retient leur mouvement. Une implémentation plus réaliste créerait plutôt un mouvement où les mèches les plus près de la source de vent recevraient plus de vent et pousseraient les autres mèches. On remarque aussi que les mèches isolées ne se déforment pas suffisamment, exposant alors le traitement par mèches, qui devient un peu trop évident.

FIG. 5.6 – De gauche à droite et de haut en bas, les images 1, 6, 10, puis 16, 21, 26, puis 36, 46, 56, et enfin 66, 86, 121 d'une animation de 121 images où un vent souffle de façon constante pendant les 30 premières images, puis diminue d'intensité graduellement.

Chapitre 6

Extensions possibles

Je sens que j'hallucine / et j'ai peur de partir / comme un fou / vers la mort / et j'ai des grands instants de lucidité...

Jean Leloup, *Je joue de la guitare*

Ce chapitre présente diverses manières par lesquelles la méthode décrite dans cet ouvrage pourrait être améliorée. Certaines sont relativement simples alors que d'autres pourraient à elles seules faire l'objet d'un autre mémoire de maîtrise.

6.1 Représentation

La représentation d'une mèche dans cet ouvrage laisse place à beaucoup d'améliorations. En voici quelques unes.

Torsion des mèches

Dans sa forme actuelle, le squelette ne peut se tordre le long de son axe puisque le référentiel dans lequel sont exprimées les positions des échantillons de l'enveloppe est déterminé arbitrairement. Pour la même raison, le squelette n'offre aucune résistance à la rotation (voir la figure 6.1). Pour corriger ceci, il suffirait de remplacer les masses le long du squelette par des particules orientées comme celles présentées par Lombardo et Puech [LP95]. Ces masses pourraient alors résister à un changement de leurs orientations relatives.

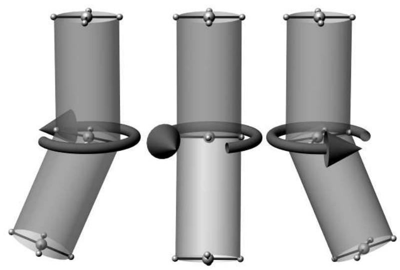

FIG. 6.1 – Le modèle actuel n'offre aucune résistance à la rotation autour du squelette de la mèche. Une solution à ce problème est d'avoir recours à des particules orientées pour composer le squelette.

Utilisation de segments rigides

Le squelette, étant composé de ressorts, peut modéliser des mèches de cheveux frisés et donc de longueur variable. Si la mèche est composée de cheveux raides, il est alors nécessaire de rendre ces ressorts très raides, ce qui exige un pas de temps très petit pour l'intégration numérique et donc demande un temps de calcul important. Dans ce cas particulier, il serait avantageux de remplacer les ressorts par une chaîne de bâtonnets rigides. La méthode de Anjyo *et al.* [AUK92] ayant les lacunes mentionnées au chapitre 3, il conviendrait plutôt d'employer une méthode semblable à celle introduite par Armstrong et Green [AG85].

Contraintes par ressorts

Les contraintes imposées aux échantillons de l'enveloppe pourraient être remplacées par des ressorts relativement rigides. Il serait alors possible d'utiliser une méthode d'intégration implicite, puisque ce sont ces contraintes qui en empêchent l'utilisation. D'autre part, il serait intéressant de voir comment les contraintes requises par notre représentation pourraient être exprimées dans un système d'intégration implicite. De telles contraintes (degrés de liberté exprimés par rapport à d'autres objets faisant partie de la simulation) sont fort utiles pour représenter le comportement de systèmes physiques courants.

Autres représentations d'une mèche

De façon plus ambitieuse, l'enveloppe pourrait être modélisée tout autrement, de sorte que sa représentation facilite la détection d'interpénétrations de façon précise, tout en permettant d'obtenir de façon simple la quantité de volume en interpénétration et en permettant à la mèche de se déformer de façon satisfaisante. Nous n'avons pas encore réussi à trouver une représentation réunissant ces caractéristiques.

6.2 Animation

Déplacement des racines par rapport au modèle

Ces recherches n'ont pas traité le problème qui consiste à déduire la position de la racine à partir d'un modèle qui se déplace et se déforme. Une approche possible à ce traitement consisterait à choisir pour chaque racine des points du modèle proches de celle-ci, puis de conserver un référentiel déformable défini par ces points.

Interactions entre mèches

La façon dont les effets des collisions et des interpénétrations entre mèches sont calculés pourrait être reformulée de façon plus proche d'un comportement physique réel. Une meilleure représentation de l'enveloppe permettrait de reformuler ces effets et de les rendre plus réalistes.

Détection de collisions avec le personnage

Les détections de collisions avec le personnage sont très approximatives, et la méthode utilisée présente certains dangers, notamment dans le cas où une masse ponctuelle est coincée entre deux ellipsoïdes. Le personnage pourrait être traduit de sa représentation polygonale à une représentation implicite approximative dans un pré-traitement, ce qui permettrait une détection de collision plus précise. De plus, ceci permettrait d'obtenir une surface unique, ce qui éviterait la possibilité qu'une particule repoussée d'un ellipsoïde se retrouve dans un autre. Une autre approche possible est d'utiliser la représentation originale du modèle, qui est souvent polygonale. Le problème principal d'une telle approche consiste à trouver une méthode par laquelle on peut distinguer l'intérieur de l'extérieur du modèle, celui-ci n'ayant pas de représentation mathématique permettant d'obtenir facilement cette information. Dans notre cas cependant, il est possible d'utiliser le fait que la seconde particule du squelette est à l'extérieur du modèle (voir la figure 4.1). En parcourant les particules de la mèche à partir de la racine, on peut alors déduire qu'une collision a eu lieu dès qu'un ressort traverse une surface.

Chapitre 7

Conclusion

Aucune méthode publiée ne peut réaliser l'animation d'un nombre réaliste de cheveux individuels en un temps raisonnable, particulièrement si on souhaite obtenir un mouvement réaliste qui tient compte des collisions et de la friction entre cheveux. Il est possible de ne calculer le mouvement que pour un nombre restreint de cheveux individuels, puis d'interpoler le mouvement obtenu pour le reste de la chevelure. Cette approche, privilégiée dans plusieurs travaux, ne permet toujours pas de traiter les collisions ni la friction entre les cheveux.

Nous avons proposé dans cet ouvrage un traitement par groupes de cheveux adjacents sur le scalp (les mèches). Chacun de ces groupes est contenu dans un volume, et c'est la déformation de ce volume qui anime la chevelure. Cette approche nous semble être une approximation plus fidèle du mouvement d'un groupe de cheveux que le mouvement de cheveux individuels dont on interpole pour le reste du groupe. De plus, elle permet de rendre abordable la simulation des collisions et de la friction entre cheveux, des effets qui ne pouvaient être pris en compte dans les représentations précédentes en raison de leur coût trop élevé.

Le mouvement du volume est obtenu en animant une structure de masses-ressorts contraintes. Celle-ci est composée d'un squelette central fait d'une chaîne simple de masses représentatives du nombre de cheveux dans le volume, et de ressorts plus ou moins rigides permettant éventuellement de simuler l'extension de mèches de cheveux ondulés. Ce squelette résiste au pliage par l'effet de ressorts angulaires ou de ressorts linéaires simples reliant chaque sommet du squelette aux voisins de ses voisins.

La déformation de ce volume est régie par un certain nombre d'échantillons sur l'enveloppe, de petites masses contraintes chacune à demeurer sur une demi-droite dont l'origine est une masse du squelette, et dont la direction est approximativement celle de la normale à la surface. Ces contraintes sont appliquées par une modification directe de positions effectuée à l'intérieur d'une intégration explicite d'Euler.

La position des cheveux individuels est inscrite dans les coordonnées bidimensionnelles de chaque tranche de ce volume. Elle est modifiée pour suivre la déformation du volume soit en utilisant des coordonnées barycentriques, soit, dans le cas particulier où quatre échantillons de l'enveloppe sont utilisés, en modifiant les coordonnées selon la déformation des échantillons délimitant le quadrant dans lequel le cheveu se trouve.

Le personnage auquel on attache la chevelure est approximé par un petit nombre d'ellipsoïdes, ce qui permet de déterminer efficacement, à raison d'une évaluation de fonction implicite par ellipsoïde et par masse, si une masse de la chevelure se trouve à l'intérieur du personnage. Si tel est le cas, on peut conclure à coup sûr que la mèche pénètre le corps et en déplacer les composantes. Par contre, l'échantillonnage du volume ne garantit pas que de faibles pénétrations de la mèche seront détectées.

La progression de ce système dynamique à travers le temps est calculée par une intégration explicite d'Euler avec contraintes par modification directe des vitesses et des positions. Cette approche nous permet d'exprimer les contraintes requises par la structure de façon très simple et précise.

Le traitement des interactions entre mèches est l'apport principal de cet ouvrage. Leur détection est effectuée entre paires de sections de mèche, en vérifiant si les masses de l'une sont dans le volume de l'autre et vice-versa. On détermine si un point est dans le volume d'une section de mèche en faisant une approximation linéaire de la limite du volume entre deux sommets du squelette dans le plan contenant à la fois la section du squelette et le point à tester. Il s'agit d'une méthode relativement coûteuse et constitue avec la détection de collisions avec le personnage les principales faiblesses de notre méthode.

Lorsqu'il est déterminé qu'une section de mèche en pénètre une autre, il y aura soit collision, soit friction, selon les vitesses et les orientations relatives des deux sections. S'il y a collision, elles se repousseront. Si on détermine que les cheveux des deux sections peuvent se pénétrer, on interdit les mouvements relatifs des deux sections qui feraient en sorte que les cheveux qu'ils contiennent passent les uns au travers des autres. Aux mouvements permis, on applique une viscosité approximant la friction entre les cheveux.

Il est possible de raffiner automatiquement le traitement par groupes proposé. Si une mèche est soumise à une forte déformation, elle n'est plus une bonne approximation du mouvement des cheveux qu'elle contient, et cette mèche est scindée en deux nouvelles mèches contenant chacune la moitié des cheveux de la mèche originale. Les positions et vitesses initiales des deux nouvelles mèches sont choisies de sorte qu'aucune discontinuité soit visible.

Les résultats obtenus illustrent convenablement l'importance du traitement des interactions entre cheveux. Les temps de calcul et la fréquence d'évaluation nécessaire pourraient par contre être améliorés par l'élaboration d'une méthode d'intégration plus sophistiquée. La représentation de l'enveloppe pourrait aussi être remplacée par une autre plus appropriée pour la détection de collisions. Ces temps demeurent tout de même fort satisfaisants compte tenu des effets dont notre méthode tient compte, dont le coût était autrefois bien trop grand pour qu'ils soient traités.

Cet ouvrage présente une première approche au traitement des interactions entre cheveux, et se sert de volumes déformables pour approximer ces phénomènes. Nous croyons qu'il s'agit d'une façon raisonnable d'approcher ce problème tant que nous n'aurons pas à notre disposition un moyen de l'approcher au niveau des cheveux individuels. Nous souhaitons que d'autres travaux apporteront de nouvelles façons de définir ces volumes et la façon par laquelle ils interagissent.

Annexe A

Rendu OpenGL de la chevelure

La méthode d'animation de la chevelure présentée dans cet ouvrage est essentiellement destinée à la production d'images de haute qualité où le temps de calcul du mouvement de la chevelure est de loin inférieur au temps de rendu des images. Il demeure toutefois nécessaire d'avoir à notre disposition une technique de rendu rapide permettant de visualiser les résultats du calcul d'animation. À cette fin, une méthode de rendu sous OpenGL [Boa92] a été développée. Cette méthode a servi à rendre les illustrations contenues dans cet ouvrage et peut également permettre à l'utilisateur de vérifier rapidement l'animation générée par la méthode dans un contexte de production.

La méthode utilisée est empruntée à Anjyo *et al.* [AUK92], où les prismes triangulaires utilisés sont ici remplacés par des courbes cubiques par morceaux de Catmull-Rom [FvDFH90a], tracées à l'épaisseur d'un pixel. L'illumination d'un pixel par lequel passe le cheveu est divisée en deux composantes, la diffuse [FvDFH90c] et la spéculaire de Phong [FvDFH90d]. Dans ces deux cas, la méthode consiste à choisir une normale «idéale» parmi toutes les normales du cheveu visibles dans le pixel. Si on suppose qu'un cheveu a localement la forme d'un cylindre lisse, ces normales reposent dans le plan perpendiculaire à la direction du cheveu à cet endroit (voir la figure A.1). Dans le cas de la composante diffuse, la normale qui causera la plus grande réflexion de lumière vers l'oeil correspond à la projection de la direction de la lumière sur ce plan (voir la figure A.2). Dans le cas spéculaire, cette normale est le vecteur bisecteur entre la direction de la lumière projetée sur le plan des normales possibles et la direction de l'oeil, également projetée sur ce plan (voir la figure A.3).

FIG. A.1 – Toutes les normales d'un cheveu dans un pixel forment un disque dont la normale est dans la direction du cheveu.

FIG. A.2 – La normale choisie pour l'illumination diffuse est celle correspondant à la direction de la lumière projetée sur le plan des normales du cheveu.

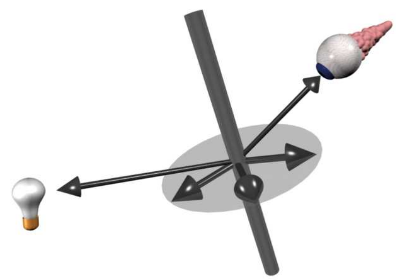

FIG. A.3 – Pour l'illumination spéculaire de Phong, les directions de la lumière et de l'oeil sont projetées sur le plan des normales. La normale sélectionnée est dans la direction moyenne des deux directions projetées.

Cette façon de rendre un cheveu est bien sûr très approximative. Tout d'abord, les cheveux sont généralement translucides, et la technique présentée ici ne tient nullement compte de cette caractéristique importante. Ensuite, les cheveux sont dessinés avec un rayon fixe d'un pixel, ce qui est énormément plus que leur rayon véritable dans la plupart des cas. Ceci a entre autres pour conséquence qu'il est inutile de dessiner tous les cheveux avec ce type de rendu, puisque tous les pixels contenant des cheveux sont remplis après n'avoir affiché qu'une faible fraction des cheveux (environ $1/10$ dans la plupart des illustrations de cet ouvrage). De plus, les cheveux ne sont pas des cylindres lisses. Leur surface est plutôt construite comme celle d'un tronc de palmier. Quand bien même celle-ci serait adéquatement approximée par un cylindre lisse, le rendu correct de tels micro-cylindres est beaucoup plus complexe que ce qui est présenté ici [Mil88][PF90]. Malgré tout, la méthode exposée ici demeure utile pour obtenir en temps raisonnable (de l'ordre d'une ou deux secondes par image) des images permettant de bien visualiser le résultat du calcul d'animation.

Annexe B

Introduction aux quaternions

Les informations contenues dans cette annexe sont inspirées de l'article de Shoemake [Sho85], qui popularisa l'utilisation des quaternions en infographie.

Les quaternions sont l'oeuvre de Sir William Rowan Hamilton en 1843, qui y voyait alors un successeur aux nombres complexes. Arthur Cayley, en 1845, comprit qu'ils exprimaient naturellement les rotations.

B.1 Description d'un quaternion

Les quaternions sont, comme les nombres complexes, composés d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. La partie imaginaire des quaternions généralement utilisés en infographie est un vecteur de dimension 3. Un quaternion $\breve{q}$ a donc l'aspect suivant :

$$\breve{q} = [s, \vec{v}] \, .$$

L'addition de quaternions se fait simplement en additionnant scalaires et vecteurs. Mais c'est la multiplication qui importe ici, puisque c'est par elle qu'on applique aux vecteurs les rotations exprimées par quaternions. La multiplication de deux quaternions $\breve{q}_1 = [s_1, \vec{v}_1]$ et $\breve{q}_2 = [s_2, \vec{v}_2]$ est définie comme suit :

$$\breve{q}_1 \breve{q}_2 = [(s_1 s_2 - \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2), (s_1 \vec{v}_2 + s_2 \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{v}_2)] \, .$$

La norme de $\breve{q}$ est

$$\|\breve{q}\| = \sqrt{s^2 + v \cdot v}$$

et son inverse est

$$\breve{q}^{-1} = \frac{1}{\|q\|^2} [s, -\vec{v}] .$$

B.2 La rotation dans l'espace à l'aide de quaternions

Les quaternions tels que présentés ci-haut peuvent être utilisés pour représenter une rotation dans l'espace 3D autour de l'origine. Soit un vecteur $\vec{v}$. En représentant ce vecteur par le quaternion $[0, \vec{v}]$, on peut lui appliquer la rotation représentée par $\breve{q}$ en calculant la valeur de $\breve{q}_v$:

$$\breve{q}_v = \breve{q}^{-1} [0, \vec{v}] \, \breve{q}.$$

Le quaternion $\breve{q}_v$ aura toujours une composante scalaire nulle, et sa composante vectorielle est le vecteur $\vec{v}$ ayant subi la rotation représentée par $\breve{q}$.

Étant donnée une rotation dont on connaît l'axe normalisé $\vec{w}$ et la quantité de rotation θ, le quaternion $\breve{q}_r$ correspondant à cette rotation est

$$\breve{q}_r = \left[\cos\frac{\theta}{2}, \sin\frac{\theta}{2} \, \vec{w} \right] .$$

B.3 Transformations de systèmes de coordonnées

Étant donné un système de coordonnées cartésiennes en 3D dont la base orthonormale est composée des vecteurs $\vec{x}_1$, $\vec{y}_1$ et $\vec{z}_1$. Étant donné un vecteur normalisé $\vec{z}_2$, les vecteurs $\vec{x}_2$ et $\vec{y}_2$ tels que $\vec{x}_2$, $\vec{y}_2$ et $\vec{z}_2$ forment aussi une base orthonormale de même origine peuvent être obtenus comme suit. Le quaternion $\breve{q}_z$ qui amène $\vec{z}_1$ sur $\vec{z}_2$ est

$$\theta = \arccos \vec{z}_1 \cdot \vec{z}_2$$
$$\breve{q}_z = \left[\cos\frac{\theta}{2}, \sin\frac{\theta}{2}\,\frac{\vec{z}_1 \times \vec{z}_2}{\|\vec{z}_1 \times \vec{z}_2\|}\right]$$

On obtient alors $\vec{x}_2$ et $\vec{y}_2$ par :

$$[0, \vec{x}_2] = \breve{q}_z^{-1}\,[0, \vec{x}_1]\,\breve{q}_z$$
$$[0, \vec{y}_2] = \breve{q}_z^{-1}\,[0, \vec{y}_1]\,\breve{q}_z.$$

Les vecteurs $\vec{x}_2$ et $\vec{y}_2$ obtenus sont tels qu'ils minimisent la quantité de rotation entre la base originale et celle obtenue. Ceci est démontré par le fait que de toutes les rotations amenant $\vec{z}_1$ sur $\vec{z}_2$, celle dont l'angle est minimal correspond au trajet sur le grand arc entre les deux points sur une sphère centrée à l'origine. Puisque le grand arc est dans le plan contenant les deux vecteurs $\vec{z}_1$ sur $\vec{z}_2$, l'axe de rotation de ces deux vecteurs est $\vec{z}_1 \times \vec{z}_2$, ce qui est l'axe du quaternion $\breve{q}_z$ ci-haut.

Bibliographie

[AG85] W. W. Armstrong et M. Green. « The Dynamics of Articulated Rigid Bodies for Purposes of Animation ». In *Proceedings of Graphics Interface '85*, pages 407–415, 1985.

[AM95] Makoto Ando et Shigeo Morishima. « Expression and Motion Control of Hair using Fast Collision Detection Methods ». In *Image Analysis Applications and Computer Graphics. Third International Computer Science Conference. ICSC '95 proceedings*, pages 463–470. Springler-Verlag, 1995.

[AUK92] Ken-ichi Anjyo, Yoshiaki Usami et Tsuneya Kurihara. « A Simple Method for Extracting the Natural Beauty of Hair ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 111–120. ACM SIGGRAPH, juillet 1992.

[AW87] John Amanatides et Andrew Woo. « A fast voxel traversal algorithm for ray tracing ». In G. Marechal, éditeur. *Eurographics '87*, pages 3–10. North-Holland, août 1987.

[Bar96] David Baraff. « Linear-Time Dynamics using Lagrange Multipliers ». In *SIGGRAPH 96 Conference Proceedings*, pages 137–146, août 1996.

[Bar97a] David Baraff. *SIGGRAPH '97 Course Notes on Physically Based Modeling*, chapitre Rigid Body Simulation, pages D1–D68. ACM SIGGRAPH, 1997.

[Bar97b] David Baraff. *SIGGRAPH '97 Course Notes on Physically Based Modeling*, chapitre Implicit Methods for Differential Equations, pages E1–E4. ACM SIGGRAPH, 1997.

[BHW94] David E. Breen, Donald H. House et Michael J. Wozny. « Predicting the Drape of Woven Cloth Using Interacting Particles ». In *Proceedings of SIGGRAPH '94 (Orlando, Florida, July 24–29, 1994)*, pages 365–372, juillet 1994.

[Boa92] OpenGL Architecture Review Board. *OpenGL Reference Manual*. Addison Wesley, 1992.

[BW92] David Baraff et Andrew Witkin. « Dynamic simulation of non-penetrating flexible bodies ». In Edwin E. Catmull, éditeur. *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 303–308, juillet 1992.

[BW98] David Baraff et Andrew Witkin. « Large Steps in Cloth Simulation ». In *SIGGRAPH 98 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 43–54. ACM SIGGRAPH, juillet 1998.

[CGD97] Marie-Paule Cani-Gascuel et Mathieu Desbrun. « Animation of Deformable Models Using Implicit Surfaces ». *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, volume 3, numéro 1, pages 39–50, janvier – mars 1997.

[CHP89] John E. Chadwick, David R. Haumann et Richard E. Parent. « Layered Construction for Deformable Animated Characters ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '89 Proceedings)*, volume 23, pages 243–252, juillet 1989.

[DTKT93] Agnes Daldegan, Nadia Magnenat Thalmann, Tsuneya Kurihara et Daniel Thalmann. « An Integrated System for Modeling, Animating and Rendering Hair ». In *Eurographics '93*, volume 12, pages 211–221. Eurographics, Blackwell Publishers, 1993.

[Fea87] R. Featherstone. *Robot Dynamics Algorithms*. Kluwer, 1987.

[FvDFH90a] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner et John F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice, Second Edition*, chapitre 11, pages 504–505. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990.

[FvDFH90b] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner et John F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice, Second Edition*, chapitre 11, pages 513–514. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990.

[FvDFH90c] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner et John F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice, Second Edition*, chapitre 11, pages 723–725. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990.

[FvDFH90d] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner et John F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice, Second Edition*, chapitre 11, pages 729–731. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990.

[FvT97] Petros Faloutsos, Michiel van de Panne et Demetri Terzopoulos. « Dynamic Free-Form Deformations for Animation Synthesis ». *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, volume 3, numéro 3, juillet–septembre 1997.

[GGW$^+$98] Brian Guenter, Cindy Grimm, Daniel Wood, Henrique Malvar et Frédéric Pighin. « Making Faces ». In *SIGGRAPH 98 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 55–66. ACM SIGGRAPH, juillet 1998.

[GVP91] Marie-Paule Gascuel, Anne Verroust et Claude Puech. « Animation and Collisions between Complex Deformable Bodies ». In *Proceedings of Graphics Interface '91*, pages 263–270, juin 1991.

[LP95] Jean-Christophe Lombardo et Claude Puech. « Oriented Particles : A Tool for Shape Memory Objects Modelling ». In *Proceedings of Graphics Interface '95*, pages 255–262, 1995.

[Mil88] Gavin S. P. Miller. « From wire-frames to furry animals ». In *Proceedings of Graphics Interface '88*, pages 138–145, juin 1988.

[MT92] Dimitri Metaxas et Demetri Terzopoulos. « Dynamic deformation of solid primitives with constraints ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 309–312, juillet 1992.

[PF90] Pierre Poulin et Alain Fournier. « A Model for Anisotropic Reflection ». In Forest Baskett, éditeur. *Computer Graphics (SIGGRAPH '90 Proceedings)*, volume 24, pages 273–282, août 1990.

[PFTV92] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et W. T. Vetterling. *Numerical Recipes in C*, chapitre 16. Cambridge University Press, Cambridge, second édition, 1992.

[PHL+98] Frédéric Pighin, Jamie Hecker, Dani Lischinski, Richard Szeliski et David H. Salesin. « Synthesizing Realistic Facial Expressions From Photographs ». In *SIGGRAPH 98 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 75–84. ACM SIGGRAPH, juillet 1998.

[PW89] Alex Pentland et John Williams. « Good Vibrations : Modal Dynamics for Graphics and Animation ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '89 Proceedings)*, volume 23, pages 215–222, juillet 1989.

[RCT91] Robert E. Rosenblum, Wayne E. Carlson et Edwin Tripp. « Simulating the Structure and Dynamics of Human Hair : Modelling, Rendering and Animation ». *The Journal of Visualization and Computer Animation*, volume 2, numéro 4, pages 141–148, 1991.

[Ser92] Raymond Serway. *Physique I Mécanique et thermodynamique*. Éditions Études Vivantes, Laval, deuxième édition, 1992.

[SG95] Zen-Chung Shih et Hurng-Dar Guo. « The Modeling and Animation of Human Hair ». *The Journal of Information Science and Engineering*, volume 11, numéro 3, pages 465–488, 1995.

[She94] Jonathan Richard Shewchuk. « An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain ». Computer Science Tech. Report 94-125, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 1994.

[Shi91] Peter Shirley. *Physically Based Lighting Calculations for Computer Graphics*. Thèse de doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1991.

[Sho85] Ken Shoemake. « Animating Rotation with Quaternion Curves ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '85 Proceedings)*, volume 19, pages 245–254, juillet 1985.

[Sta95] Jos Stam. *Multi-Scale Stochastic Modelling of Complex Natural Phenomena*. Thèse de doctorat, University of Toronto, 1995.

[TPBF87] Demetri Terzopoulos, John Platt, Alan Barr et Kurt Fleischer. « Elastically Deformable Models ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '87 Proceedings)*, volume 21, pages 205–214, juillet 1987.

[TPF89] Demetri Terzopoulos, John Platt et Kurt Fleischer. « Heating and melting deformable models (From goop to glop) ». In *Proceedings of Graphics Interface '89*, pages 219–226, juin 1989.

[Tur50] Alan M. Turing. « Computing Machinery and Intelligence ». *Mind*, volume 59, numéro 236, pages 433–460, 1950.

[WB85] Jane Wilhelms et Brian A. Barsky. « Using Dynamic Analysis to Animate Articulate Bodies such as Humans and Robots ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '85 Proceedings)*, volume 19, pages 97–104, juillet 1985.

[Wit97a] Andrew Witkin. *SIGGRAPH '97 Course Notes on Physically Based Modeling*, chapitre Particle System Dynamics, pages C1–C12. ACM SIGGRAPH, 1997.

[Wit97b] Andrew Witkin. *SIGGRAPH '97 Course Notes on Physically Based Modeling*, chapitre Constrained Dynamics, pages F1–F12. ACM SIGGRAPH, 1997.

[WS92] Yasuhiko Watanabe et Yasuhito Suenaga. « A Trigonal Prism-Based Method for Hair Image Generation ». *IEEE Computer Graphics and Applications*, volume 12, numéro 1, pages 47–53, janvier 1992.

[WW90] Andrew Witkin et William Welch. « Fast Animation and Control of Nonrigid Structures ». In *Computer Graphics (SIGGRAPH '90 Proceedings)*, volume 24, pages 243–252, août 1990.