



Université de Montréal

Analyse des espaces de lignes pour la capture de cartes  
d'environnement

par

Yann Rousseau

Département d'informatique et de recherche opérationnelle  
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Maître ès sciences (M.Sc.)  
en informatique

août 2007

© Yann Rousseau, 2007

Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Ce mémoire de maîtrise intitulé

Analyse des espaces de lignes pour la capture de cartes  
d'environnement

présenté par  
Yann Rousseau

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Pierre McKenzie  
président-rapporteur

Pierre Poulin  
directeur de recherche

Pascal Vincent  
membre du jury

# Sommaire

Le système visuel humain perçoit l'environnement par le biais de la lumière. La fonction plénoptique représente la radiance des rayons lumineux dans une scène. Ainsi, l'image à partir d'un point de vue particulier n'est qu'un sous-ensemble de la fonction plénoptique. On étudie cette fonction pour l'exploiter dans un contexte d'infographie en prenant en considération les limitations en espace mémoire, en coût computationnel et en qualité d'échantillonnage. L'étude est axée sur l'acquisition, l'échantillonnage et le rendu de la fonction plénoptique.

En guise de motivation, on aborde différentes façons de décrire le monde visible. On introduit le concept d'espace de lignes pour décrire la radiance des rayons lumineux dans un espace donné. On aborde la fonction plénoptique avec le formalisme d'espace de lignes, qui sera l'axe central du mémoire. La fonction plénoptique est une fonction 6D décrivant la radiance d'un rayon lumineux en fonction d'un point focal de l'espace, de sa direction et du temps. La fonction plénoptique statique dans le temps est abordée avec ses points focaux contraints à une surface paramétrique. On introduit le concept de champ de lumière développé par Levoy et Hanrahan [LH96] ainsi que différentes applications associées aux champs de lumière. Le concept de cartes d'environnement contraint de façon plus stricte le domaine des points focaux. On présente différentes applications des cartes d'environnement ainsi que différentes méthodes d'acquisition avec des systèmes catadioptriques. Une contribution que l'on présente est l'étude de la résolution de système catadioptrique utilisant des formes de miroir jusqu'à présent rarement exploitées, comme la superellipse.

## **Mots clefs :**

Carte d'environnement, radiance, rendu à base d'images, fonction plénoptique, champ de lumière, caustique, système catadioptrique.

# Abstract

Our environment is perceived by interpreting the incoming light passing through our eyes. The 6D plenoptic function describes the radiance of a scene for a given observer position at a given time. In computer graphics, we need to sample this plenoptic function for interactive or real-time applications. We consider a line space for representing light rays in a volume. The density of the plenoptic function depends on the sampling rate. Throughout the document, we reformulate the plenoptic function under certain constraints. By constraining the focal point of the plenoptic function to a parametric surface, we manage to reduce the dimensionality to 4. This subset of the plenoptic function is called light field. We present different ways of capturing light fields, and some applications. By constraining the focal point of the plenoptic function to a point, we get an environment map. We study how to capture real environment maps with catadioptric systems. The resolution of a catadioptric system is given by the density of the incoming light rays. We show different catadioptric systems with different mirror shapes, such as superellipsoids. Relations to the resolution of a catadioptric system helps to determine which system is more suited to a particular scene.

## **Keywords :**

Environment map, radiance, image-based rendering, plenoptic function, light field, caustics, catadioptric system.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>xii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Le visible . . . . .	1
1.2 Hologramme . . . . .	4
1.3 Fonction plénoptique . . . . .	5
1.3.1 Genèse . . . . .	5
1.4 Échantillonnage et interpolation . . . . .	6
1.5 Structure du document . . . . .	8
<b>2 Champ de lumière</b>	<b>10</b>
2.1 Paramétrisation d'un champ de lumière . . . . .	11
2.2 Méthode d'acquisition . . . . .	12
2.2.1 Photographie de champ de lumière . . . . .	14
2.2.2 Microscope à champ de lumière . . . . .	15
2.3 Compression . . . . .	15
2.4 Applications . . . . .	16
2.4.1 Déformation du champ de lumière . . . . .	16
2.4.2 Mise au point numérique . . . . .	17
2.5 Modèles de caméra . . . . .	19
<b>3 Carte d'environnement</b>	<b>24</b>
3.1 Fonction plénoptique . . . . .	25
3.2 Applications . . . . .	25
3.3 Acquisition d'une carte d'environnement . . . . .	28
3.3.1 Carte d'environnement polaire . . . . .	28

3.3.2	Carte d'environnement cubique . . . . .	29
3.3.3	Carte d'environnement avec miroir . . . . .	29
3.4	Système catadioptrique . . . . .	33
3.4.1	Résolution . . . . .	33
3.4.2	Transformation de coordonnées . . . . .	34
3.4.3	Miroir sphérique . . . . .	35
3.4.4	Miroir parabolique . . . . .	41
3.4.5	Miroir elliptique . . . . .	45
3.4.6	Miroir superelliptique . . . . .	50
3.4.7	Miroir conique . . . . .	53
3.4.8	Miroir et lentille . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Discussion et conclusion</b>	<b>56</b>
4.1	Conclusion . . . . .	56
4.1.1	Champ de lumière . . . . .	56
4.1.2	Carte d'environnement . . . . .	57
4.2	Discussion . . . . .	59
4.3	Travaux futurs . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Glossaire</b>	<b>61</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>62</b>

# Table des figures

1.1	“Artifacts” dus à l’interpolation entre deux points de vue. . . . .	3
1.2	Liste des différentes techniques de rendu sur le spectre des méthodes de rendu avec et sans géométrie définie par Shum et Sing [SK00]. . . . .	4
1.3	Rayons lumineux entrant dans une caméra sténopé. . . . .	6
1.4	Interpolation barycentrique d’un tétraèdre. . . . .	7
1.5	Interpolation barycentrique d’une image à partir de quatre images. On observe que plusieurs éléments de l’image (b) sont dédoublés par la simple interpolation en comparaison avec l’image calculée (c) à partir de ce point. . . . .	8
2.1	Paramétrisation planaire d’un champ de lumière : $(s, t)$ paramètre du plan focal, $(u, v)$ paramètre du plan image. . . . .	11
2.2	Extraction d’une tranche 2D d’un champ de lumière avec une paramétrisation planaire $stuv$ . La nouvelle image est construite à partir des intersections des rayons de la caméra avec les deux plans $st$ et $uv$ . . . . .	12
2.3	Synthèse d’un champ de lumière selon la paramétrisation $stuv$ avec l’engin de lancer de rayons PBRT [PH04]. . . . .	13
2.4	Prototype d’une caméra en mode capture de champ de lumière. . . . .	14
2.5	Schéma du fonctionnement d’un capteur de champ de lumière. . . . .	14
2.6	Montage d’un microscope à capteur de champ de lumière. Tiré de [LNA <sup>+</sup> 06]. . . . .	15
2.7	Déformation d’un champ de lumière d’un poisson segmenté en trois zones. Image tirée de [COSL05]. . . . .	17
2.8	Schéma d’une caméra avec lentille. . . . .	17
2.9	Mise au point à différentes profondeurs d’un champ de lumière. Image tirée de [NLB <sup>+</sup> 05]. . . . .	19

2.10	Caméras classiques représentées selon le modèle général linéaire. Image tirée de [YM04]. . . . .	20
2.11	Schéma de l'intersection de l'ensemble des rayons $B_{xy}$ avec le plan monde, le plan de la fenêtre d'entrée de lumière et un plan avec une distance arbitraire $d$ du plan de la fenêtre d'entrée de lumière. Image tirée de [AL07].	21
2.12	Modèles de caméra classiques représentés avec le modèle général linéaire. Image tirée de [AL07]. . . . .	22
2.13	Représentation de différents types de flou pour différents modèles de caméra. Image tirée de [AL07]. . . . .	23
3.1	Projection perspective d'une carte d'environnement. À gauche, un environnement hémisphérique de la scène Sponza, ainsi que la caméra sténopé en son centre (point focal). À droite, schéma 2D de l'attribution d'un pixel de la carte d'environnement à un pixel de la caméra sténopé. La carte et la caméra partagent le même point focal. . . . .	26
3.2	Coordonnées sphériques. . . . .	27
3.3	Exemple de projection perspective d'une carte d'environnement de la scène Sponza. . . . .	27
3.4	Plus on éloigne le point focal d'une caméra du point focal de la carte d'environnement, plus les objets proches du point focal de la carte d'environnement apparaîtront déformés et au mauvais endroit par rapport à un rendu de la scène géométrique. . . . .	28
3.5	Carte d'environnement cubique avec ses six images. . . . .	30
3.6	Système catadioptrique et paramétrisation en 2D. . . . .	30
3.7	À gauche, une photographie d'une tasse de café. À droite, un lancer de rayons d'un cylindre. La lumière surplombe le cylindre en provenance de la gauche et produit une caustique de forme cardioïde sur le plancher après réflexion sur la paroi. . . . .	32
3.8	Représentation de la caustique d'un système catadioptrique avec une caméra perspective. . . . .	32
3.9	Densité des rayons lumineux incidents au plan image d'une caméra sténopé pour une distribution radiale uniforme des rayons. . . . .	34
3.10	Réflexion de la lumière sur une surface miroir quelconque. . . . .	36

3.11	Application d'une carte de réflexion sur un objet miroir. . . . .	36
3.12	Schéma du système catadioptrique avec miroir sphérique. . . . .	38
3.13	Réflexion de la scène Sponza sur un miroir sphérique. . . . .	38
3.14	Réflexion de la scène Sponza sur un miroir sphérique prise avec une caméra perspective. . . . .	39
3.15	$\phi(h)$ pour $f = 1.2$ , $f = 2$ , $f = 5$ et $f \rightarrow \infty$ . . . . .	39
3.16	Densité des rayons lumineux incidents au miroir sphérique et réfléchis vers le point focal de la caméra. . . . .	40
3.17	Graphe de la résolution d'un système catadioptrique avec miroir sphérique pour différentes valeurs de la distance miroir-caméra. . . . .	40
3.18	Miroir parabolique avec caméra orthographique. . . . .	41
3.19	Carte d'environnement de la scène Sponza avec la paramétrisation para- bolique. . . . .	42
3.20	Résolution d'un système catadioptrique avec miroir parabolique et caméra orthographique. . . . .	43
3.21	Densité des rayons lumineux incidents au miroir parabolique pour une caméra perspective à différentes distances focales. . . . .	44
3.22	Résolution normalisée d'un système catadioptrique parabolique avec caméra perspective pour des distances caméra-miroir $d = 1, 1.3, 2.0$ et $3.0$ . . . .	44
3.23	Graphe de l'angle de vue effectif en fonction de la distance caméra-miroir. . . . .	44
3.24	Schéma du fonctionnement d'un projecteur cinématographique. Tiré de [DC]. . . . .	46
3.25	Paramètres géométriques d'une ellipse. . . . .	47
3.26	Schéma d'un système catadioptrique avec miroir elliptique. . . . .	47
3.27	Paramétrisation polaire d'une ellipse. . . . .	48
3.28	Résolution d'un système catadioptrique parabolique versus un système catadioptrique elliptique. Il est à remarquer que les graphes de résolution sont similaires. . . . .	48
3.29	Réflexion de la scène Sponza sur un miroir elliptique dans une caméra perspective. . . . .	49
3.30	Superellipsoïdes générées avec le logiciel [Kin]. . . . .	51
3.31	Superellipses pour $a = b = 1.0$ et différentes valeurs de $n$ . . . . .	51

3.32	Distribution des rayons lumineux incidents et réfléchis sur un miroir avec une forme de superellipse. . . . .	52
3.33	Graphe de la résolution d'un système catadioptrique avec un miroir superelliptique pour différentes valeurs du paramètre $n$ . . . . .	53
3.34	Schéma d'un système catadioptrique avec un miroir en cône. . . . .	53
3.35	Résultats obtenus de [KN06]. . . . .	54
3.36	Système de capture avec miroir et lentille. Image tirée de [UG07]. . . . .	55

# Remerciements

J'offre mes remerciements aux membres du laboratoire d'informatique graphique de l'Université de Montréal pour leurs précieux conseils et pour les nombreuses discussions très constructives que nous avons eues ensemble. Je désire également remercier mon directeur de recherche Pierre Poulin pour son support, ses conseils et ses compétences dans le domaine. Je désire souligner l'aide de mon bon ami Simon Bouvier-Zappa, partenaire de laboratoire qui m'a beaucoup aidé pour l'aspect technique de ma recherche ainsi que de son amitié. Un gros merci pour tous mes proches qui m'ont soutenu durant ces deux années d'études à la maîtrise. De plus, je tiens à remercier la faculté des arts et des sciences de l'Université de Montréal ainsi que le département d'informatique et de recherche opérationnelle pour l'environnement de recherche et d'apprentissage.

Je remercie le CRSNG pour le soutien financier.

Pour finir, je remercie mon comité d'évaluation constitué de Pierre McKenzie et Pascal Vincent pour leurs commentaires.

# Chapitre 1

## Introduction

*Il arrive un point je le crains où vous commencez à suspecter que s'il y a réellement une vérité, c'est que toute l'infinité multidimensionnelle de l'Univers est presque certainement conduite par une bande de cinglés.*

Douglas Adams, *Le guide du routard galactique*

Au meilleur de nos connaissances, la lumière est une onde électromagnétique qui se propage dans le vide à une vitesse constante. Il s'avère qu'en infographie cette définition n'est pas très utilisable. On présentera dans les prochaines sections différentes approches pour caractériser et représenter le visible. Le formalisme que l'on retiendra est celui des espaces de lignes. On considère la lumière comme une substance formée de rayons lumineux. Pour justifier ce choix, on présentera l'évolution des méthodes de reproduction du visible en passant par les premières fresques de la période du Paléolithique jusqu'aux photos numériques.

### 1.1 Le visible

Doté de capacités sensorielles, on perçoit le monde par nos cinq sens : la vue, le toucher, le goût, l'odorat et l'ouïe. Les stimuli captés par nos organes sensoriels sont par la suite emmagasinés dans notre mémoire sous forme de souvenirs. Une capacité extraordinaire de l'être humain est de pouvoir communiquer ses souvenirs aux autres. Certains souvenirs sont plus faciles à exprimer que d'autres. C'est souvent en reproduisant les

stimuli qui ont créé le souvenir qu’une personne est capable de communiquer une idée. Un exemple simple consiste à reproduire le son d’un chien pour exprimer à un autre individu comment un chien jappe. D’autres stimuli sont plus complexes à reproduire tels que les odeurs ou le goût.

À travers l’évolution, l’homme s’est doté de moyens assez originaux pour reproduire le sens de la vue. Dès la préhistoire, on remarque la capacité de l’être humain à reproduire le visible sous forme de dessins. Les “fresques” sur les parois de la grotte de Lascaux sont des vestiges qui témoignent de cette capacité. Bien entendu, un dessin ne reste qu’une approximation grossière du visible. Cependant, avec l’évolution des techniques, l’être humain a été rapidement capable de reproduire le visible de façon très convaincante.

Avec l’avènement de la photographie en 1839, il est maintenant possible de reproduire le visible de manière simple et rapide. Limitée au noir et blanc à ses débuts, la photographie fait un bond en 1869 avec la couleur. Il est désormais possible de reproduire une copie conforme du visible. Avec l’avènement de l’informatique et des ordinateurs personnels dans les années 1970, la reproduction du visible prend une place importante dans le domaine ; c’est l’émergence d’une nouvelle discipline, soit l’infographie. Comme son nom l’indique, l’infographie désigne le “graphisme” par ordinateur. L’ordinateur permet de générer des images et d’interagir avec elles. L’infographie ne se limite pas à la reproduction du réel. L’art pictural, la figuration, la schématisation sont des exemples d’intérêts dans le domaine de l’infographie.

On parle souvent de rendu réaliste pour désigner un sous-domaine de l’infographie qui a pour mission de générer des images photo-réalistes à afficher ou projeter sur un écran. On entend par image réaliste<sup>1</sup> une image qui semble être prise par un appareil photographique. On distingue deux grandes familles de méthodes de rendu réaliste, soient le rendu à partir d’images et le rendu à partir d’une description complète d’une scène. Le rendu à partir d’images consiste à générer une pose particulière d’une scène étant donné un ensemble d’images prises à différentes poses de la même scène. Lorsque la pose recherchée ne figure pas dans l’ensemble des images, plusieurs stratégies sont possibles pour l’estimer. Une méthode simple consiste à interpoler l’image d’une pose souhaitée par les images des poses “les plus proches”. Cette technique amène des “artifacts” (des fantômes) dans l’image résultante (figure 1.1). Une méthode donnant de

---

<sup>1</sup>On abrège souvent le “photo-réalisme” en “réalisme” dans le contexte de la synthèse d’images.

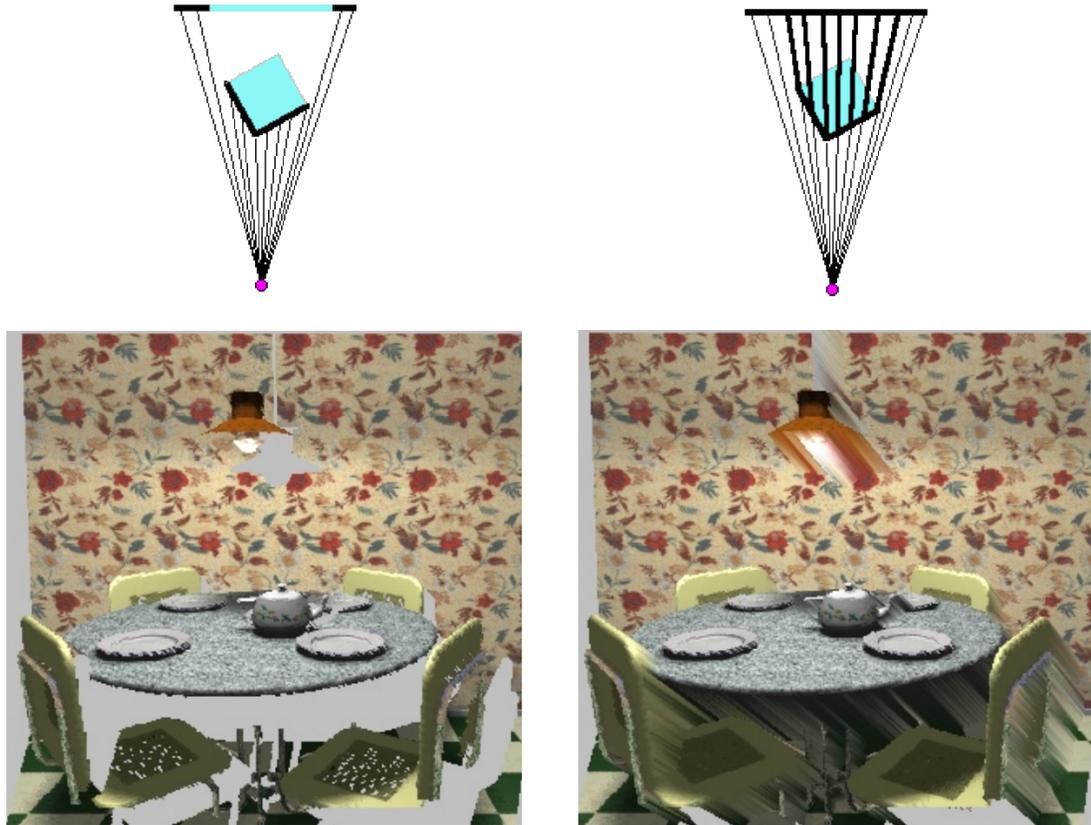


FIG. 1.1 – “Artifacts” dus à l’interpolation entre deux points de vue.

meilleurs résultats consiste à estimer la profondeur des objets de la scène par des algorithmes de stéréoscopie. Avec cette information géométrique, on est en mesure de mieux reconstruire la pose désirée d’après le visible de chaque image.

Le rendu à partir d’une description de scène consiste à définir de manière précise la géométrie ainsi que les matériaux des différents objets constituant une scène. En simulant les interactions lumineuses entre les sources de lumière et les objets, on possède l’information nécessaire pour créer une image étant donné un modèle de caméra. Le réalisme des images générées par un tel système de rendu dépend de la précision de la description de la scène ainsi que de la précision des algorithmes de simulation de l’interaction de la lumière avec la scène. La synthèse d’images offre une flexibilité entre la qualité du rendu et le temps requis pour faire un rendu. Ceci étant dit, il existe aussi des méthodes hybrides, comme le montrent Shum et Sing [SK00] dans un tour d’horizon de différentes techniques de rendu à partir d’images. Ils proposent une classification des méthodes de rendu allant d’un côté du spectre avec des techniques de rendu sans description géométrique de la scène et de l’autre côté, avec des techniques où la

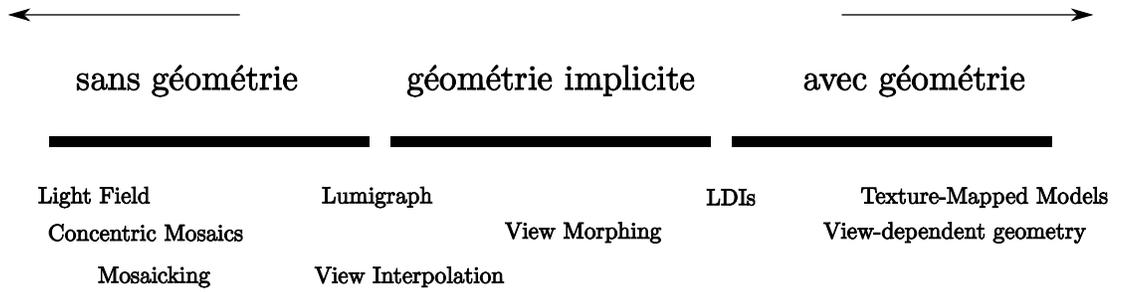


FIG. 1.2 – Liste des différentes techniques de rendu sur le spectre des méthodes de rendu avec et sans géométrie définie par Shum et Sing [SK00].

géométrie de la scène est complètement définie. Entre ces deux extrêmes se trouvent les méthodes utilisant une description partielle, voire implicite de la géométrie de la scène. La figure 1.2 dispose quelques méthodes selon cette classification.

Outre la possibilité de pouvoir capter le visible, il est essentiel d’avoir une bonne compréhension des phénomènes constituant le visible pour pouvoir créer et manipuler des représentations du visible. La description du monde visible a, dans un premier temps, été abordée par les physiciens qui avaient comme objectif la quantification de notre environnement perceptible à l’oeil nu. Les physiciens se sont vite rendus compte que la matière pouvait être décrite par son interaction avec la lumière. Au fur et à mesure que les instruments de mesures et d’optique se sont perfectionnés et que les modèles mathématiques décrivant le comportement de la lumière se sont précisés, de nouveaux domaines de la physique ont émergé, telles la photométrie et la radiométrie. Le champ d’étude de la radiométrie consiste à l’étude du rayonnement électromagnétique, tandis que le champ d’étude de la photométrie se spécialise dans l’étude du rayonnement lumineux du point de vue de la perception par l’oeil humain.

## 1.2 Hologramme

En 1801 Thomas Young découvre le phénomène de diffraction et d’interférence. Le modèle géométrique de rayons lumineux est remis en cause ; pour expliquer le phénomène de diffraction, on doit considérer la lumière comme une onde. Ce n’est qu’en 1873 que James Clerk Maxwell développe sa théorie sur les ondes électromagnétiques. La lumière est une onde électromagnétique, et ainsi le visible résulte d’une interaction des ondes électromagnétiques avec son environnement.

Le physicien hongrois Dennis Gabor propose en 1948 un système photographique tridimensionnel basé sur l'interférence des ondes électromagnétiques. Pour enregistrer l'information tridimensionnelle d'un objet, Gabor décrit une méthode de capture de l'interférence d'ondes lumineuses sphériques réfléchies sur un objet et d'ondes planaires émises par une autre source de lumière. L'information de l'interférence de ces ondes lumineuses, que l'on nomme hologramme, permet de récupérer l'information tridimensionnelle de l'objet. On nomme cette méthode d'enregistrement *holographie* du grec 'holos' en *entier* et 'graphi' *écrire*. Ainsi holographie signifie : "tout représenter". Il reçoit le prix Nobel de physique en 1971.

### 1.3 Fonction plénoptique

Plusieurs phénomènes lumineux comme l'interférence et la diffraction ne peuvent être expliqués qu'en considérant l'aspect ondulatoire de la lumière. Cependant, ce sont des phénomènes subtils lorsque l'on considère l'ensemble des phénomènes lumineux dans une scène typique. Considérer un modèle de lumière plus simple comme le rayon lumineux permet d'exprimer les phénomènes lumineux les plus notables sans avoir recours à des outils mathématiques complexes. Dans un contexte d'informatique, une modélisation simple est un grand atout surtout pour son efficacité. La fonction plénoptique applique le concept d'espace de lignes pour exprimer le visible.

#### 1.3.1 Genèse

La première description complète de la fonction plénoptique a été présentée par Adelson et Bergen [AB91] dans l'article "*The Plenoptic Function and the Elements of Early Vision*". Ils amorcent leur réflexion en se demandant : "Quelles sont les particules élémentaires de la vision et quelle est la substance fondamentale de la vision?" Ils cherchent donc une fonction qui peut exprimer tout ce qu'il est possible de voir. Ils la nomment la fonction plénoptique (composition du mot 'plenus' pour *complet* et 'optique'). Ils continuent leur réflexion en se posant la question : "Quel type d'information sur notre environnement est contenu dans la lumière se trouvant dans une région de l'espace?" En se basant sur le modèle d'une caméra sténopé, ils tentent de trouver les paramètres nécessaires pour exprimer la fonction plénoptique. Dans un premier temps, ils imaginent une image noir et blanc prise par une caméra sténopé. Cette image

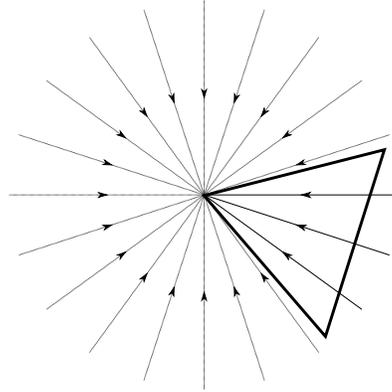


FIG. 1.3 – Rayons lumineux entrant dans une caméra sténopé.

représente l'intensité de la lumière *moyennée* sur le domaine du spectre visible passant par le point focal à un temps  $t$  particulier. Les rayons passant par le point focal ont une direction  $(\theta, \phi)$ . On a donc trois paramètres spatiaux pour la position du point focal  $(E_x, E_y, E_z)$ , un paramètre temporel pour le temps  $t$  et deux paramètres sphériques  $\theta, \phi$ . Un tel système constitue une fonction plénoptique 6D de la forme  $P(E_x, E_y, E_z, \theta, \phi, t)$ , une fonction scalaire qui retourne une intensité. Si on utilise le même raisonnement, mais en partant d'une image couleur, il faut ajouter un septième paramètre, soit la longueur d'onde  $\lambda$ .

Un observateur humain ne peut voir qu'une portion d'une scène à un temps donné. On peut contraindre le domaine de la direction  $(\theta, \phi)$  à l'angle de vue d'un observateur. En se basant sur le modèle d'une caméra sténopé, on peut noter la direction  $(\theta, \phi)$  comme étant l'intersection  $(X, Y)$  d'un rayon lumineux avec le plan image de la caméra, comme l'illustre la figure 1.3. La fonction plénoptique s'exprime alors comme  $P(E_x, E_y, E_z, X, Y, t)$ . Cette représentation de la direction des rayons lumineux est plus adaptée lorsque l'on utilise des capteurs de type sténopé, mais requière des paramètres implicites, soient la direction optique ainsi que l'angle de vue.

## 1.4 Échantillonnage et interpolation

La fonction plénoptique est une fonction continue. Lorsque l'on discrétise cette fonction à 6D, il y a des considérations d'échantillonnage à examiner. Étant donnée une région de l'espace, on cherche à capter et à enregistrer de façon numérique les rayons lumineux la traversant. Une question se pose : "Combien de senseurs faut-il pour obte-

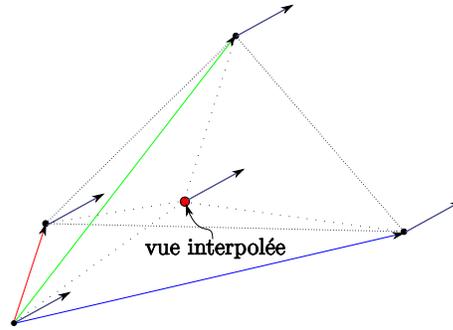


FIG. 1.4 – Interpolation barycentrique d’un tétraèdre.

nir une représentation correcte de la fonction plénoptique ?” Les caméras numériques à faibles résolutions (3 millions de pixels) sont largement répandues et disponibles à faible coût. En utilisant des caméras numériques comme senseurs de rayons lumineux, on peut représenter la fonction plénoptique comme une série d’images indexées par leur position spatiale et la direction de leur oculaire. Une stratégie simple consiste à disposer uniformément des caméras dans un environnement pour obtenir une fonction plénoptique uniforme. Il faut que la distribution soit assez dense pour permettre une interpolation cohérente entre les différents échantillons.

En guise d’exemple pour illustrer les concepts d’échantillonnage et d’interpolation, on construit une scène virtuelle dans un certain volume englobant. Puisque l’on travaille dans un environnement virtuel, on peut définir des modèles de caméra arbitraires. Pour ne pas avoir à se préoccuper de la direction oculaire de la caméra, on modélise une caméra, dite caméra d’environnement, captant les rayons lumineux en coordonnées polaires. Pour placer uniformément ces caméras d’environnement dans la scène, il faut générer des coordonnées 3D uniformément dans le volume englobant de la scène.

Pour interpoler une vue d’une position quelconque dans l’espace de la scène, une manière directe consiste à faire une interpolation barycentrique entre les quatre images appartenant aux quatre points d’échantillonnage les plus proches. La figure 1.4 illustre le tétraèdre formé par les quatre points les plus proches de la position de la vue désirée. Lorsque la densité d’échantillonnage est trop faible, l’interpolation est erronée et des “fantômes” apparaissent. La figure 1.5 illustre le phénomène de “fantômes”.

Chebira *et al.* [CDSV03] présentent une étude sur l’échantillonnage de la fonction plénoptique. Ils démontrent entre autres que pour certaines scènes, il est possible de parfaitement reconstruire la fonction plénoptique à partir d’un nombre fini de caméras

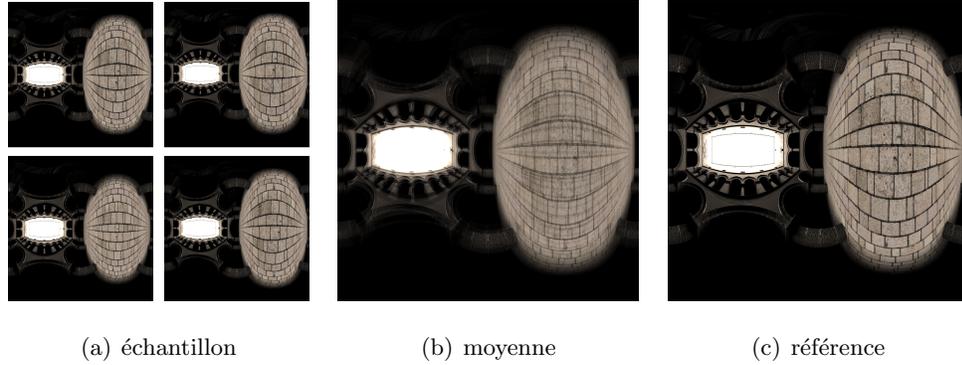


FIG. 1.5 – Interpolation barycentrique d’une image à partir de quatre images. On observe que plusieurs éléments de l’image (b) sont dédoublés par la simple interpolation en comparaison avec l’image calculée (c) à partir de ce point.

de résolution finie.

## 1.5 Structure du document

On a parlé du visible et comment il est possible de le représenter. On a introduit la fonction plénoptique et le concept d’espace de lignes pour l’exprimer. Dans les prochains chapitres, on étudie davantage cette fonction plénoptique sous différentes contraintes.

Dans le chapitre 2, on propose un tour d’horizon des champs de lumière, qui ne sont qu’un sous-ensemble de la fonction plénoptique. On présente différents systèmes de capture de champs de lumière en mettant en évidence leurs avantages et inconvénients. On présente également différentes applications pour manipuler les champs de lumière.

Dans le chapitre 3, on applique des contraintes fortes au point focal de la fonction plénoptique, pour introduire le concept de carte d’environnement. Comme contribution, on analyse les systèmes de capture d’environnement basés sur la réflexion des surfaces avec un axe de symétrie. On montre comment il est possible de quantifier la résolution d’un appareil de capture d’environnement selon la densité des rayons lumineux incidents. La résolution dépend de la configuration du système catadioptrique. Les configurations possibles dépendent du type de caméra orthographique ou perspective. On utilise des miroirs de forme parabolique, sphérique, elliptique et superelliptique. Selon le type de caméra et la forme du miroir, on classe les systèmes catadioptriques en systèmes catadioptriques à point de vue unique et les systèmes catadioptriques à points de vue multiples. Un système catadioptrique à points de vue multiples est caractérisé par la

caustique créée par l'intersection des rayons lumineux incidents.

Nos contributions se résument par : (1) une analyse de la résolution de différents systèmes catadioptriques ; (2) la comparaison entre la résolution d'un système catadioptrique parabolique avec une caméra orthographique, et un système catadioptrique elliptique avec une caméra perspective ; (3) l'utilisation des deux pôles d'une ellipse pour obtenir une carte d'environnement  $360^\circ$  ; et finalement (4) l'utilisation d'un miroir superelliptique pour l'acquisition de cartes d'environnement.

Dans le chapitre 4, pour conclure, on récapitule les concepts abordés dans le mémoire. On discute des résultats obtenus ainsi que des travaux futurs possibles.

## Chapitre 2

# Champ de lumière

*On veut toujours que l'imagination soit la faculté de former des images. Or elle est plutôt la faculté de déformer les images fournies par la perception, elle est surtout la faculté de nous libérer des images premières, de changer les images.*

Gaston Bachelard, *L'air et les songes*

Ce chapitre présente la fonction plénoptique lorsque la scène est statique et que le domaine de la position du point focal est restreint sur une surface paramétrique. Cette représentation de la fonction plénoptique est suffisante lorsque l'on s'intéresse à une section limitée d'une scène et que l'on suppose que les objets sont dans le vide. Dans ces conditions, la radiance des rayons lumineux de la scène est constante. Étant donnée une surface paramétrique  $\gamma : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , on peut exprimer un sous-ensemble de la fonction plénoptique comme :

$$LF(s, t, \theta, \phi) = P(\gamma(s, t), \theta, \phi),$$

où  $(s, t)$  sont les paramètres de la surface  $\gamma$ .

Levoy et Hanrahan [LH96] ont baptisé cette fonction sous le nom de *“light field”*, que l'on traduit par le terme *champ de lumière*. Il est à mentionner que Gortler *et al.* proposent une fonction similaire dans leur article *“The Lumigraph”* [GGSC96]. Cependant, c'est le terme *“light field”* qu'a adopté la communauté d'infographie dans le domaine de rendu à partir d'images.

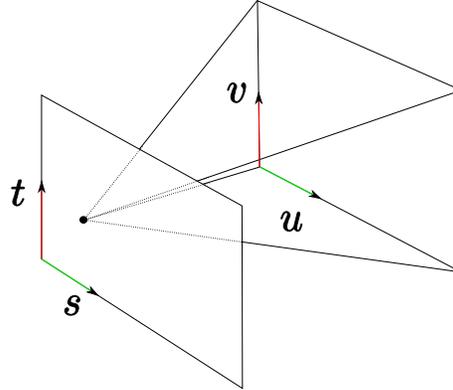


FIG. 2.1 – Paramétrisation planaire d’un champ de lumière :  $(s, t)$  paramètre du plan focal,  $(u, v)$  paramètre du plan image.

Une des difficultés en rendu à partir d’images est de pouvoir déplacer le point focal de la caméra dans la scène. Bien souvent une transition par fondu est appliquée entre deux points de vue, ce qui amène des perturbations dans l’image. C’est dans ce contexte que Levoy et Hanrahan [LH96] proposent d’augmenter la densité d’échantillonnage de façon à créer un continuum de prises de vue. En considérant cette série de vues comme un continuum de la radiance des rayons lumineux traversant la scène, on peut interpréter une nouvelle prise de vue comme étant une tranche 2D de ce continuum.

## 2.1 Paramétrisation d’un champ de lumière

La paramétrisation de la contrainte de la position focale dans la fonction plénoptique 4D joue un rôle crucial dans l’échantillonnage de la radiance des rayons lumineux. Bien souvent, le mode d’acquisition dicte la paramétrisation. Levoy et Hanrahan [LH96] distinguent trois types de paramétrisation : la paramétrisation quelconque, la paramétrisation circulaire et la paramétrisation planaire. Héritage du champ d’étude des stéréogrammes, la paramétrisation planaire est le plus souvent utilisée pour la représentation de champs de lumière. La paramétrisation planaire consiste à déplacer le point focal d’une caméra sur une surface planaire  $(s, t)$  tout en gardant le plan image de la caméra fixe sur un plan parallèle  $(u, v)$  (figure 2.1). On obtient ainsi une fonction 4D de la forme  $LF(s, t, u, v)$  qui retourne la radiance du rayon passant par le point  $(s, t)$  du premier plan et par le point  $(u, v)$  du second plan.

Pour générer une nouvelle image à partir d’un champ de lumière avec une pa-

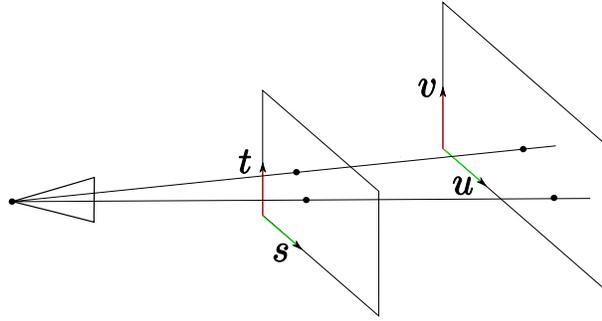


FIG. 2.2 – Extraction d’une tranche 2D d’un champ de lumière avec une paramétrisation planaire  $stuv$ . La nouvelle image est construite à partir des intersections des rayons de la caméra avec les deux plans  $st$  et  $uv$ .

ramétrisation planaire  $stuv$ , il suffit de prendre une tranche 2D de la fonction  $LF(s, t, u, v)$ . Une façon simple de trouver une tranche 2D pour une nouvelle pose de caméra est de lancer des rayons à partir de la caméra et de calculer les intersections avec les plans  $st$  et  $uv$  (figure 2.2).

## 2.2 Méthode d’acquisition

On distingue deux modes d’acquisition de champ de lumière, soit la capture de scène réelle et la création de champ de lumière synthétique. La méthode la plus simple et la moins coûteuse (d’un point de vue financier) est la synthèse de champ de lumière. En considérant la paramétrisation planaire  $stuv$ , il est facile de paramétrer une caméra d’un engin de lancer de rayons pour générer un champ de lumière, puisqu’il s’agit simplement d’enregistrer les intersections des rayons sortant de la caméra avec les plans  $st$  et  $uv$ . Le rendu d’un champ de lumière d’un “*happy buddha*” dans la scène Sponza est illustré à la figure 2.3.

La capture de champ de lumière d’une scène réelle est beaucoup plus exigeante d’un point de vue matériel. Une stratégie assez directe pour la capture d’un champ de lumière avec la paramétrisation  $stuv$  proposée par Levoy et Hanrahan [LH96] consiste à créer une grille de caméras sténopés standards calibrées en conséquence. En prenant simultanément une capture de la scène avec toutes les caméras, on obtient ainsi un champ de lumière à un instant donné. Une simplification de la paramétrisation  $stuv$  consiste à mettre à l’infini le plan  $uv$ , permettant une calibration beaucoup plus simple

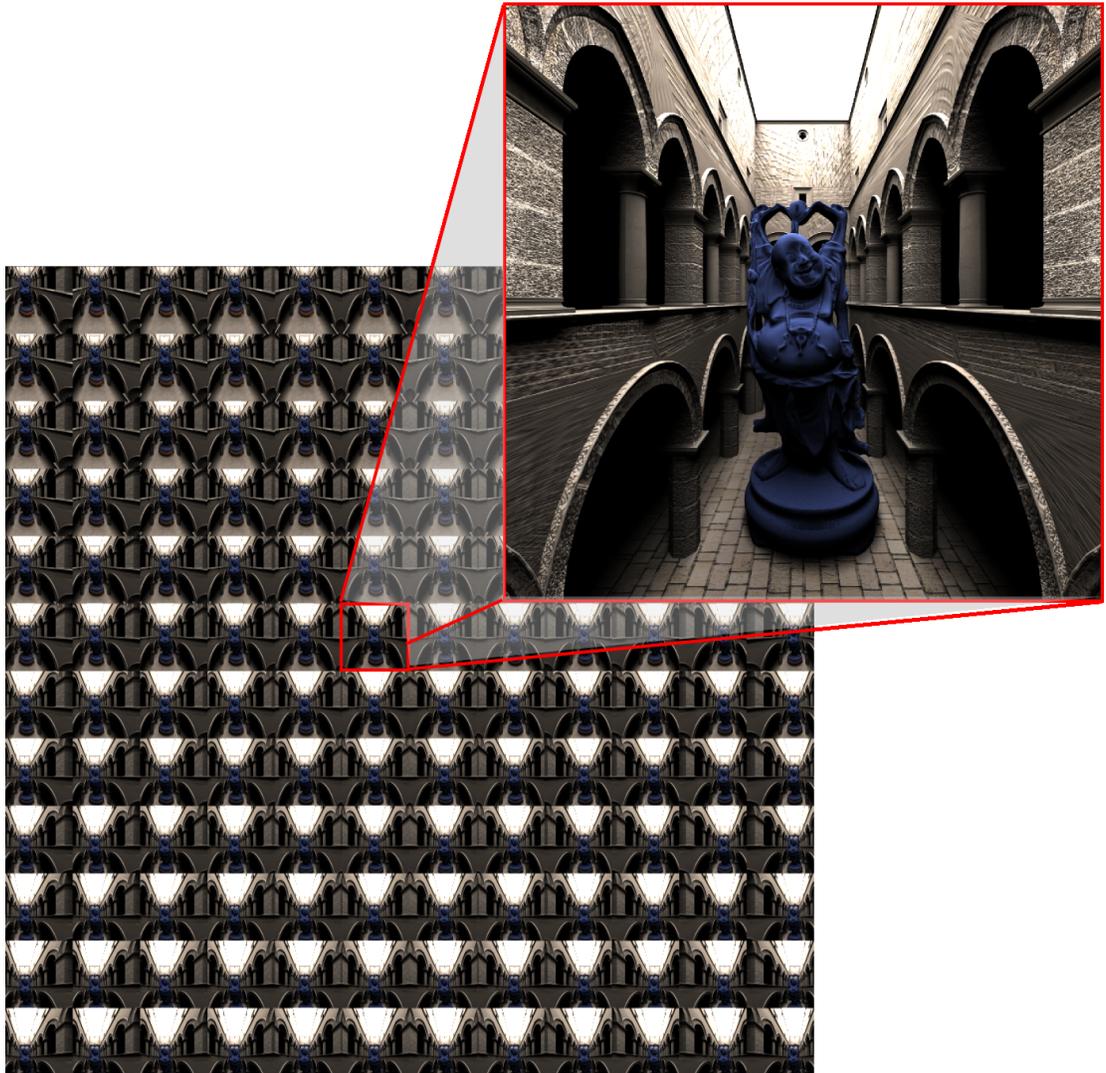


FIG. 2.3 – Synthèse d'un champ de lumière selon la paramétrisation  $stuv$  avec l'engin de lancer de rayons PBRT [PH04].



FIG. 2.4 – Prototype d’une caméra en mode capture de champ de lumière.

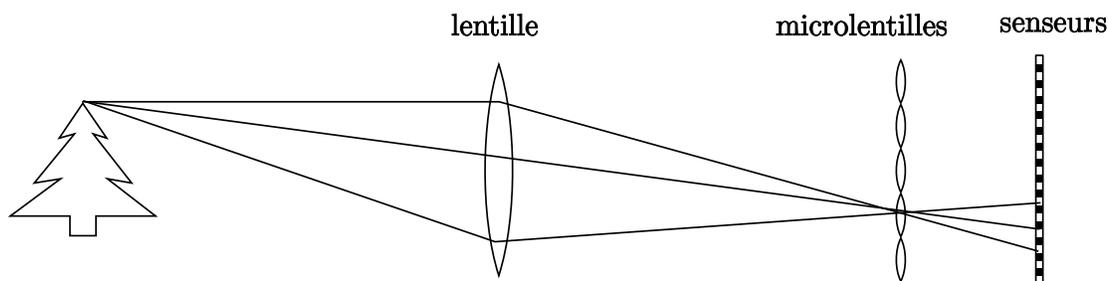


FIG. 2.5 – Schéma du fonctionnement d’un capteur de champ de lumière.

des caméras. En effet, il suffit d’orienter l’axe optique des caméras perpendiculairement au plan  $st$ . La structure imposante de cette méthode est très limitative. Par exemple, une augmentation de la résolution en  $st$  correspond à augmenter le nombre de caméras. De plus, la résolution en  $uv$  est limitée par la résolution des caméras.

Pour pallier au problème de la dimension imposante du système, Ng *et al.* [NLB<sup>+</sup>05] et Levoy *et al.* [LNA<sup>+</sup>06] proposent deux systèmes d’acquisition basés sur le même principe que la grille de caméras, mais de dimensions moindres.

### 2.2.1 Photographie de champ de lumière

Ng *et al.* [NLB<sup>+</sup>05] ont développé une caméra (figure 2.4) pouvant échantillonner un champ de lumière en une seule exposition (*“light field photography”*). En plaçant une grille de microlentilles entre la lentille et le senseur d’une caméra numérique, le système enregistre la radiance ainsi que la direction des rayons lumineux pénétrant dans la caméra. Le schéma de la figure 2.5 montre la disposition des différents éléments d’un capteur de champ de lumière. Un tel dispositif est bien sûr limité par la résolution du capteur lumineux de la caméra, ainsi que par la taille des microlentilles.

L’avantage d’un appareil photographique à champ de lumière est la possibilité de

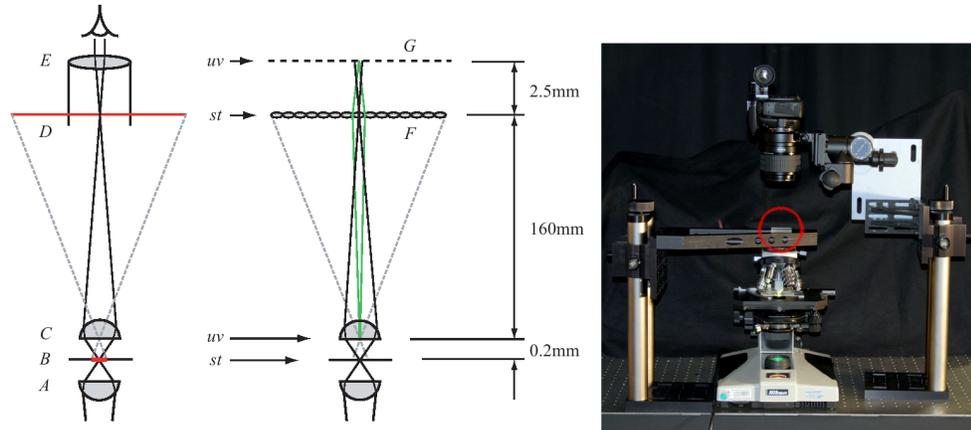


FIG. 2.6 – Montage d'un microscope à capteur de champ de lumière. Tiré de [LNA<sup>+</sup>06].

modifier le champ de profondeur ainsi que la perspective de l'image résultante après la capture. Le procédé de réévaluation numérique de la profondeur (*digital refocusing*) est présenté plus en détail dans la section 2.4.2.

## 2.2.2 Microscope à champ de lumière

En utilisant la même technologie que le capteur de champ de lumière présenté par Ng *et al.* [NLB<sup>+</sup>05], Levoy *et al.* [LNA<sup>+</sup>06] proposent une adaptation du système de grille de microlentilles pour faire de la microscopie (*“light field microscopy”*). La figure 2.6 montre le montage d'un microscope à champ de lumière. Un microscope est une caméra orthographique de haute résolution, donc l'effet de profondeur due à la perspective est manquant. Un champ de lumière permet de retrouver l'information de profondeur ; ainsi un microscope à champ de lumière permet d'obtenir la structure 3D d'un objet microscopique. Pour la capture d'un champ de lumière, il faut sacrifier la résolution latérale du microscope. Il y a donc un compromis à faire entre la résolution de l'image et l'information 3D de l'objet observé.

## 2.3 Compression

Les données d'un champ de lumière stockées sous forme d'un tableau d'images sont énormes (2 Go). Un champ de lumière est donc un objet très lourd (en mémoire) à manipuler. Pour rendre la création, la manipulation et l'affichage plus fluide, il est important de pouvoir compresser ces données. Plusieurs techniques de compression d'images

pénalisent l'accès aléatoire aux pixels de l'image. Il faut donc trouver une méthode de compression avec un bon compromis entre le ratio de compression et le coût d'accès. Comme le montre la figure 2.3, il y a très peu de changements entre chaque imagerie du champ de lumière. Ces fréquentes redondances permettent d'obtenir de bons taux de compression.

Levoy et Hanrahan [LH96] proposent une méthode de compression en deux étapes. La première étape utilise la quantification vectorielle, une technique de compression avec perte de données (*“lossy”*). La seconde étape utilise le codage de source (*“entropy coding”*) pour une passe de compression sans perte. Ils obtiennent ainsi des taux de compression de l'ordre de 120:1.

Girod *et al.* [GCRZ03] proposent une méthode de compression alternative basée sur l'encodage par ondelettes. Avec leur méthode, ils obtiennent des taux de compression comparables mais avec une perte moins importante, ce qui préserve une meilleure qualité du champ de lumière.

## 2.4 Applications

### 2.4.1 Déformation du champ de lumière

En plus d'extraire de nouvelles prises de vue d'un champ de lumière, il est possible d'appliquer des transformations directement sur un champ de lumière pour changer l'apparence d'une scène tout en gardant l'aspect réaliste de la scène. Chen *et al.* [COSL05] déforment un champ de lumière d'un objet en trois étapes. Dans un premier temps, le champ de lumière est divisé en sous-champs de lumière tel que chaque partie de l'objet possède son propre champ de lumière. Dans un deuxième temps, on transforme chaque sous-champ de lumière en appliquant des déformations volumétriques aux boîtes englobantes pour obtenir une pose désirée. Dans un troisième temps, le rendu de la re-composition des sous-champs de lumière considère les occultations dues à la déformation de l'objet. La figure 2.7 montre un de leurs résultats.

Plusieurs contraintes doivent être respectées pour obtenir un résultat plausible. Il faut que la source de lumière suive la caméra d'acquisition pour que la déformation du champ de lumière n'entraîne pas d'inconsistance dans l'illumination de l'objet. La segmentation du champ de lumière de l'objet est aussi une étape cruciale, car les

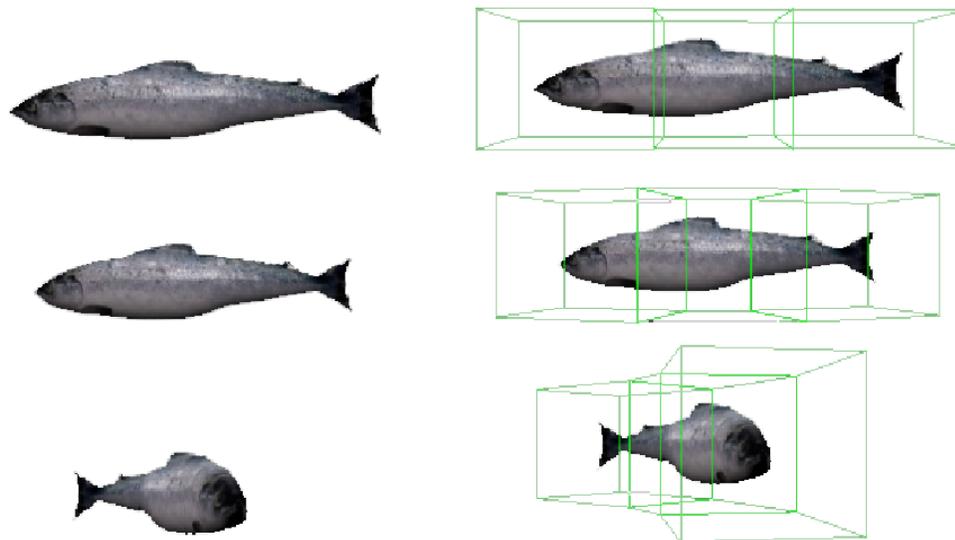


FIG. 2.7 – Déformation d’un champ de lumière d’un poisson segmenté en trois zones. Image tirée de [COSL05].

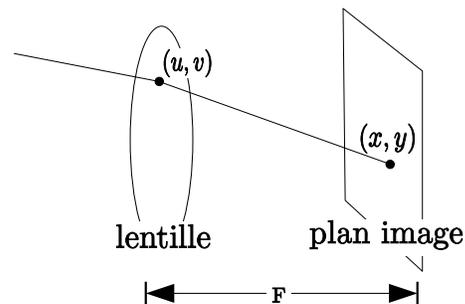


FIG. 2.8 – Schéma d’une caméra avec lentille.

déformations possibles de l’objet en dépendent.

#### 2.4.2 Mise au point numérique

La lentille d’une caméra optique converge les rayons lumineux en un point focal avant d’intercepter le capteur de lumière. Dû à l’imprécision de la courbure de la lentille, les rayons lumineux ne convergent pas tous en un seul point. Cela provoque un “flou” sur l’image du capteur en fonction de la profondeur des objets de la scène. En ajustant la distance entre la lentille et le capteur, il est possible de sélectionner les rayons qui auront une mise au point nette et ceux qui auront une mise au point floue. Il est donc difficile de produire des images où les objets en avant-plan ont la même netteté que les objets

en arrière-plan. Il faut alors bien ajuster la mise au point d'un appareil photographique avant chaque prise.

Ng [Ng05] aborde la problématique de la mise au point du point de vue d'un champ de lumière. Puisqu'un champ de lumière possède l'information des directions des rayons lumineux d'une scène, il est alors possible de créer des images de la scène à différentes mises au point. Cette approche permet de ne plus se soucier de la mise au point de la caméra durant la capture.

La méthode standard pour reproduire une photographie à partir d'un champ de lumière se base sur le modèle de caméra sténopé. Le modèle de caméra sténopé produit des images nettes. De la même manière qu'une caméra à lentille, le système visuel humain capte les images avec une profondeur de champ. Ainsi, une image produite par une caméra sténopé donne une impression non naturelle due à l'absence de profondeur de champ.

La figure 2.8 montre un schéma d'un rayon traversant la lentille d'une caméra au point  $(u, v)$  et interceptant le plan image de la caméra au point  $(x, y)$ . En considérant la paramétrisation  $stuv$  d'un champ de lumière, on peut exprimer la radiance de rayons lumineux à l'intérieur d'une caméra à lentille par la fonction  $L_F(x, y, u, v)$  où  $F$  est la distance entre la lentille et le plan image. Pour retrouver l'image formée sur le plan image, on calcule l'irradiance pour chaque pixel du plan image. L'irradiance à la position  $(x, y)$  du plan image est donnée par l'équation :

$$E_F(x, y) = \frac{1}{F^2} \int \int L_F(x, y, u, v) \cos^4 \phi \, dudv \quad (2.1)$$

où  $\phi$  représente l'angle entre la normale du plan incident et le rayon lumineux de direction  $(u, v)$ . Une caméra conventionnelle capture directement l'irradiance. L'information de la direction des rayons incidents est perdue, ce qui produit une image avec une mise au point fixe.

Avec une caméra plénoptique pouvant capter directement un champ de lumière, il devient possible d'évaluer l'équation d'irradiance pour différentes valeurs de  $F$ , et ainsi créer des images à différentes valeurs de profondeur de champ. La figure 2.9 montre une série d'images avec différentes valeurs de profondeur de champ à partir d'un champ de lumière.

Pour rendre plus efficace le processus de création d'images avec différentes valeurs de profondeur de champ, Ng [Ng05] montre que la transformée de Fourier inverse 2D d'une



FIG. 2.9 – Mise au point à différentes profondeurs d’un champ de lumière. Image tirée de [NLB<sup>+</sup>05].

tranche d’un champ de lumière 4D exprimé dans le domaine de Fourier correspond à évaluer l’équation 2.1.

## 2.5 Modèles de caméra

Jusqu’à présent on a utilisé les champs de lumière pour générer de nouvelles vues d’une scène étant donné un modèle de caméra sténopé. Puisqu’un champ de lumière possède l’information de tout ce qui est visible d’une scène, il est naturel de penser qu’il soit possible de recréer des images correspondant à des modèles de caméra arbitraires.

Le modèle de caméra sténopé, représenté par une matrice  $3 \times 4$ , est le modèle le plus souvent utilisé en infographie. La représentation matricielle du modèle de caméra sténopé a l’avantage de pouvoir facilement exprimer une caméra orthographique en plaçant la distance focale à l’infini. La matrice transforme les coordonnées homogènes de l’espace monde aux coordonnées 2D de l’espace du plan image de la caméra.

La représentation matricielle ne permet pas d’exprimer des modèles de caméra à points de perspectives multiples. Une caméra à points de perspectives multiples capte les rayons lumineux convergeant en différents points de l’espace. Le modèle de caméra en peigne (*“pushbroom”*) est un exemple de caméra à points de perspectives multiples. Le modèle de caméra en peigne capte les rayons lumineux se trouvant sur un plan suivant une trajectoire linéaire. Le modèle de caméra en peigne est utilisé pour l’acquisition d’images satellites. Le modèle de caméra deux-fentes (*“two-slit”*) est un autre exemple de caméra à points de perspectives multiples. Ce modèle capte les rayons lumineux passant par deux droites.

Chaque type de caméra a généralement une modélisation particulière. Yu et McMillan [YM04] ont développé un modèle de caméra général pouvant exprimer une grande variété de modèles de caméra linéaire. Basé sur la paramétrisation *stuv*, le modèle

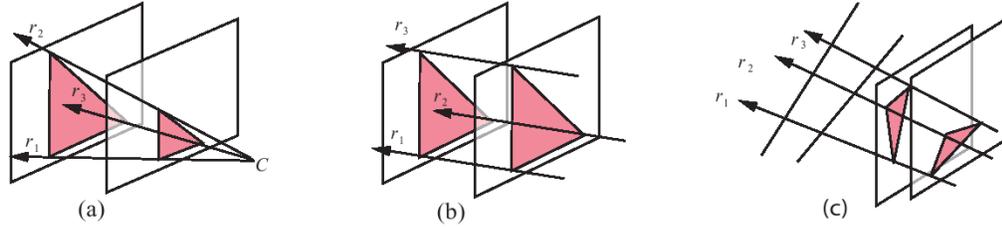


FIG. 2.10 – Caméras classiques représentées selon le modèle général linéaire. Image tirée de [YM04].

de caméra général linéaire (“*general linear camera model*”) est défini par trois droites paramétriques passant par trois points du plan image  $uv$   $\Pi_{image}$ . La caméra capte la radiance des rayons lumineux pouvant être exprimés par une combinaison affine des trois droites paramétriques. Avec la paramétrisation  $stuv$  on peut exprimer la combinaison affine comme étant

$$r = \alpha(s_1, t_1, u_1, v_1) + \beta(s_2, t_2, u_2, v_2) + (1 - \alpha - \beta)(s_3, t_3, u_3, v_3).$$

Le modèle de caméra général est dit linéaire, car il définit tous les sous-ensembles affines 2D de l’espace de lignes 4D imposés par la paramétrisation  $stuv$ .

La figure 2.10 montre trois configurations du modèle général linéaire. En (a), trois lignes interceptant en un point  $c$  définissent une caméra perspective. En (b), trois lignes parallèles définissent une caméra orthographique. En (c), trois lignes sont choisies pour représenter le modèle de caméra deux-fentes.

La caméra générale linéaire offre une unification des différents modèles de caméra. Le formalisme reste assez intuitif lorsque l’on souhaite représenter des modèles de caméra simples. Pour des modèles de caméra à points focaux multiples, il n’est pas toujours évident de trouver la paramétrisation des trois lignes de base.

Dans un article plus récent, Adams et Levoy [AL07] proposent à leur tour un modèle de caméra général. Ils poussent la généralisation plus loin en considérant également une fenêtre d’entrée de lumière. Étant donné un champ de lumière avec une paramétrisation  $stuv$ , leur modèle de caméra échantillonne et intègre un sous-espace du champ de lumière en fonction de l’espace des valeurs propres des matrices  $2 \times 2$ .

Soit un sous-ensemble d’un espace de lignes  $B_{xy}$  avec les coordonnées  $(\mathbf{P}(x, y), (x, y))$ , où  $(x, y) \in [-1, 1]^2$  et  $\mathbf{P}$  est une matrice  $2 \times 2$ . Lorsque la matrice  $\mathbf{P}$  est nulle,  $B_{xy} =$

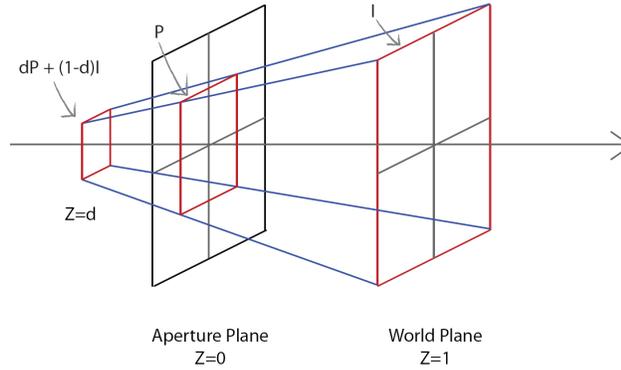


FIG. 2.11 – Schéma de l'intersection de l'ensemble des rayons  $B_{xy}$  avec le plan monde, le plan de la fenêtre d'entrée de lumière et un plan avec une distance arbitraire  $d$  du plan de la fenêtre d'entrée de lumière. Image tirée de [AL07].

$((0,0), (x,y))$ , et on obtient un modèle de caméra en perspective. Lorsque la matrice  $\mathbf{P}$  est la matrice identité,  $B_{xy} = ((x,y), (x,y))$ , et on obtient un modèle de caméra orthographique.

En plaçant le plan monde à  $z = 1$ , l'intersection du sous-ensemble  $B_{xy}$  forme un carré. Sur le plan de la fenêtre d'entrée de lumière à  $z = 0$ , on a alors la projection du carré avec la transformation  $\mathbf{P}$  (figure 2.11). Pour un plan à une distance arbitraire  $z = d$  du plan de la fenêtre d'entrée de lumière, la projection du carré a comme matrice de transformation :

$$\mathbf{P}'_d = (1 - d)\mathbf{P} + d\mathbf{I}.$$

Avec le changement de variable  $\lambda = \frac{d}{d-1}$  on a alors :

$$\mathbf{P}''_\lambda = \mathbf{P} - \lambda\mathbf{I}.$$

Les lignes de lumière de  $B_{xy}$  convergent en un point lorsque la matrice  $\mathbf{P}''$  est de rang 0 et converge en une ligne lorsque  $\mathbf{P}''$  est de rang 1. La matrice  $\mathbf{P}''$  est définie par les vecteurs propres et les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{P}$ . Les valeurs propres sont les zéros du polynôme caractéristique de la matrice  $\mathbf{P}$ . Puisque la matrice est une matrice  $2 \times 2$ , le polynôme caractéristique est un polynôme quadratique et possède au plus deux racines. La figure 2.12 montre différents modèles de caméra associés à différentes valeurs propres de la matrice  $\mathbf{P}$ .

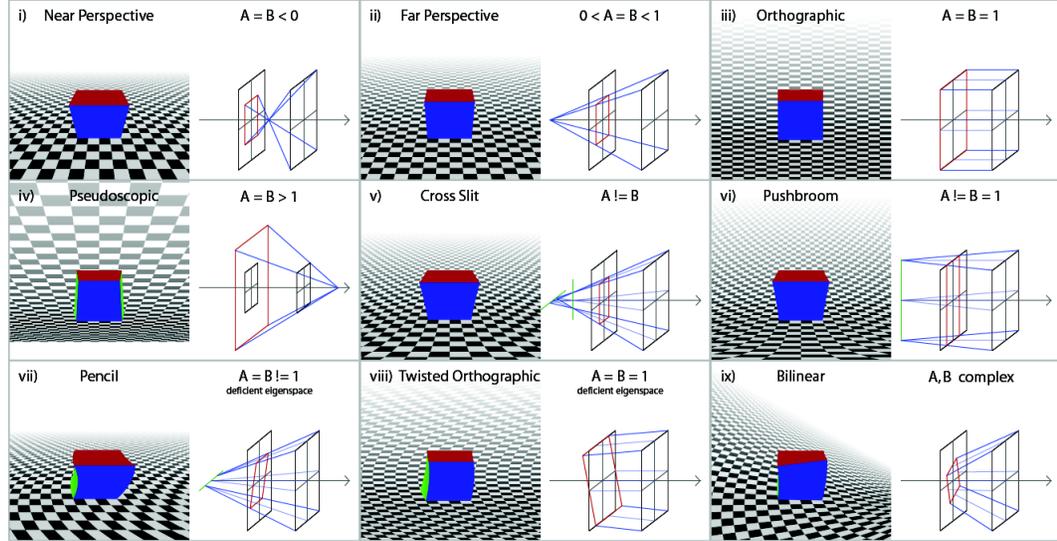


FIG. 2.12 – Modèles de caméra classiques représentés avec le modèle général linéaire. Image tirée de [AL07].

La caractéristique la plus marquante des caméras à fenêtre d'entrée de lumière est la présence de flou dans l'image de capture. Pour obtenir ce phénomène de flou, il faut projeter l'intégrale sur l'espace 4D des rayons de lumière.

$$Im(x, y) = \int_{\Omega} L((u, v) + \mathbf{P}(x, y), (x, y) + \mathbf{F}(u, v)) dudv.$$

Le domaine d'intégration  $\Omega$  détermine l'allure du bokeh. L'intersection de l'ensemble des rayons de lumière avec le plan de la fenêtre d'ouverture ( $z = 0$ ) correspond au domaine  $\Omega$ . Sur le plan monde ( $z = 1$ ), l'intersection a la forme de  $\Omega$  transformé par la matrice  $2 \times 2$   $\mathbf{F}$ . Pour un plan à une distance arbitraire  $z = d$ , la matrice de transformation est :

$$\mathbf{F}'_d = d\mathbf{F} + (1 - d)\mathbf{I}.$$

Avec le changement de variable  $\mu = \frac{d}{d-1}$ , on a alors :

$$\mathbf{F}''_{\mu} = \mathbf{F} - \mu\mathbf{I}.$$

Les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{F}$  déterminent le type de focus de la caméra (anastigmatique, astigmatique, partiellement afocal et afocal). La figure 2.13 montre des exemples du comportement du flou pour différentes conditions des valeurs propres ( $A$  et  $B$ ) de la matrice  $\mathbf{F}$ .

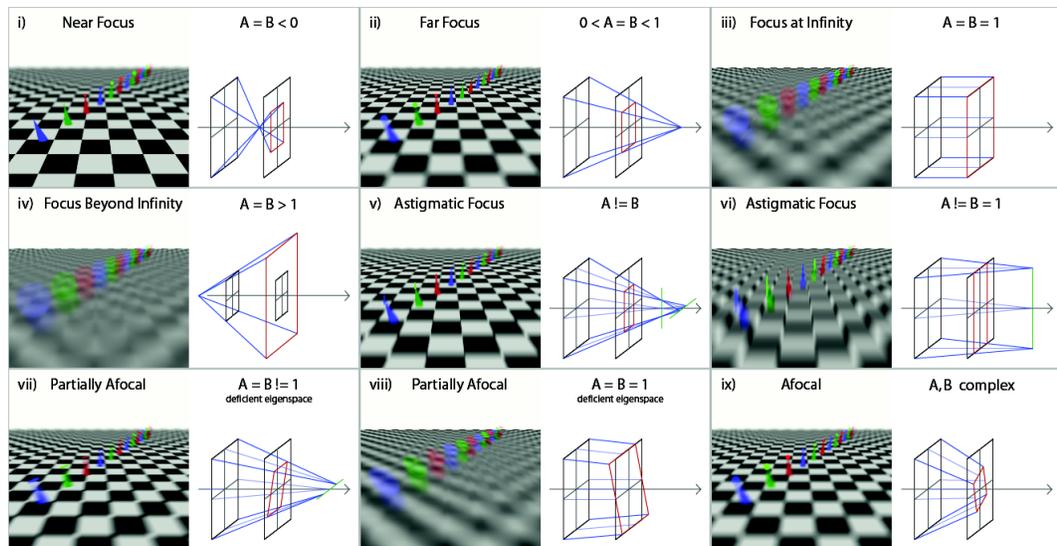


FIG. 2.13 – Représentation de différents types de flou pour différents modèles de caméra.

Image tirée de [AL07].

## Chapitre 3

# Carte d'environnement

*There are two ways of spreading light : to be the candle or the mirror that reflects it.*

Edith Wharton, *Vesalius in Zante*

Une caméra sténopé capte la radiance des rayons lumineux entrant dans une boîte fermée via un trou de très faible diamètre. Plus le diamètre est petit, moins la lumière entre dans l'appareil. Il faut donc prolonger le temps d'exposition pour permettre au capteur d'enregistrer la radiance des rayons lumineux. Un diamètre plus élevé permet de laisser entrer plus de lumière et donc de réduire le temps d'exposition, mais l'image projetée sur le capteur photosensible sera moins bien définie, car les rayons lumineux provenant de la scène ne convergent plus en un seul point. Des appareils plus évolués utilisent des lentilles convexes pour converger la lumière. Grâce à des jeux de lentilles, on peut ainsi concevoir des appareils photographiques de plus petite taille. Les lentilles permettent de converger la lumière, mais il demeure toujours une imprécision du point de convergence. En fait, il n'est pas tout à fait correct de parler de point de convergence, car il s'agit plutôt d'une région de l'espace.

Comme première approximation, on peut modéliser une caméra photographique par la fonction plénoptique en fixant le point focal. Pour prendre en compte le fait que les rayons de lumière ne convergent pas en un point singulier, il faut relaxer la contrainte du point focal fixe.

Dans ce chapitre, on présente la relation qui existe entre la fonction plénoptique et les cartes d'environnement. On poursuit la présentation par une brève section sur les

différentes applications des cartes d'environnement en infographie. Pour entrer dans le coeur du sujet, on présente différents modèles de capture d'environnement où les rayons lumineux ne convergent pas nécessairement en un point. On exprime ces images de capture sous forme de cartes d'environnement. On propose également une quantification de la densité des rayons lumineux pénétrant dans différents types de système de capture. Comme résultats, on propose une analyse plus poussée de systèmes de capture constitués d'une caméra perspective et d'une surface miroir.

### 3.1 Fonction plénoptique

Une carte d'environnement représente la radiance des rayons lumineux d'une scène 3D passant par un point fixe que l'on nomme point focal. Dans ce contexte, une carte d'environnement n'est qu'un sous-ensemble de la fonction plénoptique lorsque la position du point focal est maintenue fixe à un temps particulier. Avec ces nouvelles contraintes on réduit à trois la dimension de la fonction plénoptique  $P(\theta, \phi, \lambda)$ . En considérant le modèle de couleur RGB, on peut réexprimer cette fonction comme suit :

$$P(\theta, \phi) \rightarrow (R, G, B).$$

Cette fonction retourne la couleur RGB d'un rayon provenant de la direction  $(\theta, \phi)$ .

### 3.2 Applications

Les cartes d'environnement sont très utilisées pour leur réalisme dans les systèmes de réalité virtuelle comme `QuickTime VR` [Che95]. Les cartes d'environnement sont aussi utilisées pour décrire l'illumination incidente complexe d'une scène (*"light maps"*).

La modélisation de scènes synthétiques 3D réalistes est une tâche ardue. Le rendu de telles scènes est aussi très demandant en ressources computationnelles. Pour atteindre des temps de rendu suffisamment courts pour être considérés en temps réel (30 images par seconde), il faut simplifier les modèles, ce qui réduit le réalisme. Pour résoudre cette problématique, Chen [Che95] propose une solution qui exploite les cartes d'environnement. L'approche consiste à reprojeter une section de la carte d'environnement sur le plan image d'une caméra sténopé où le point focal coïncide avec le point focal de la carte d'environnement (figures 3.1 et 3.3). Ainsi, l'utilisateur a la possibilité de regarder dans

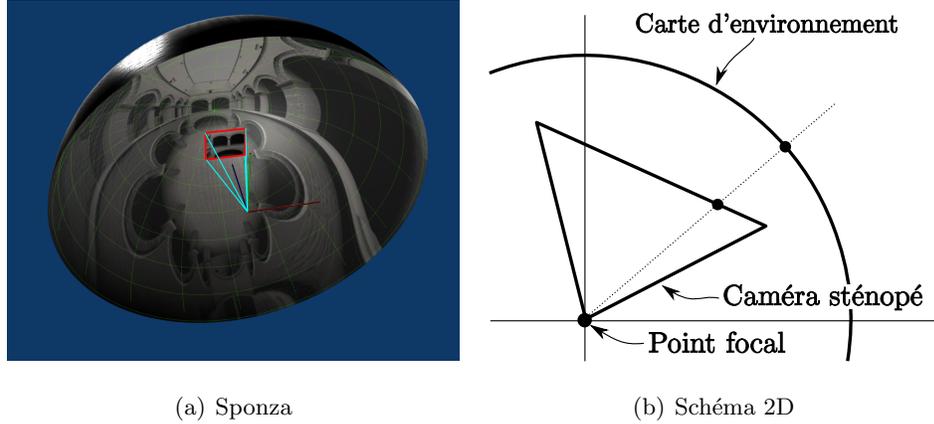


FIG. 3.1 – Projection perspective d'une carte d'environnement. À gauche, un environnement hémisphérique de la scène Sponza, ainsi que la caméra sténopé en son centre (point focal). À droite, schéma 2D de l'attribution d'un pixel de la carte d'environnement à un pixel de la caméra sténopé. La carte et la caméra partagent le même point focal.

n'importe quelle direction en appliquant des rotations à la pose de la caméra. L'utilisateur peut également faire un agrandi (*zoom*) d'une section de la scène en réduisant le champ de vision de la caméra.

On cherche à recomposer une image prise par une caméra sténopé à partir d'une carte d'environnement dont leurs centres focaux coïncident. Soit une caméra perspective avec son axe optique orienté le long de l'axe des  $z$  et son vecteur haut (*up*) pointant dans la direction des  $y$ . On définit un plan image à une distance  $f$  du point focal avec une certaine largeur et une certaine hauteur. Le vecteur  $[X, Y, f]^T$  représente les coordonnées du plan image dans l'espace monde. Pour appliquer une rotation à la caméra, il suffit d'appliquer une composition de matrices de rotation comme suit :

$$[x, y, z]^T = \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y \mathbf{R}_z [X, Y, f]^T.$$

En utilisant les coordonnées sphériques (figure 3.2) :

$$x = \cos \phi \cos \theta$$

$$y = \cos \phi \sin \theta$$

$$z = \sin \phi$$

on retrouve les angles  $\theta$  et  $\phi$  du pixel  $(X, Y)$  de la caméra :

$$\phi = \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

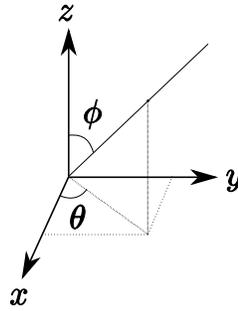
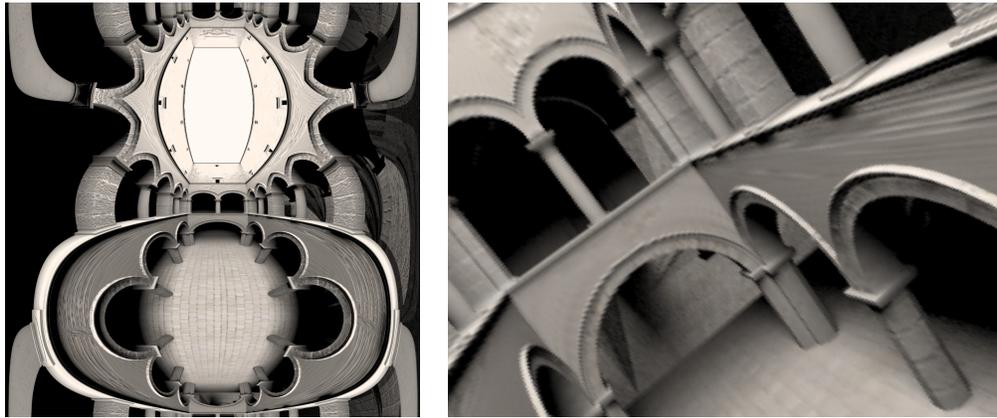


FIG. 3.2 – Coordonnées sphériques.



(a) Carte d'environnement

(b) Plan image

FIG. 3.3 – Exemple de projection perspective d'une carte d'environnement de la scène Sponza.

$$\theta = \arctan \frac{y}{x}.$$

Les cartes d'environnement sont souvent utilisées avec l'hypothèse des objets éloignés du point focal. Il est alors possible d'utiliser la même carte d'environnement pour tous les points de vue à l'intérieur d'une certaine distance du point focal sans observer de trop importantes déformations dans la scène. La figure 3.4 illustre la déformation engendrée par la proximité des objets. Le point central rouge représente le point focal d'une carte d'environnement illustrée par le cercle. Le point bleu représente un point de vue proche du point focal. On remarque que le décalage entre la projection à partir du point bleu et celle à partir du point rouge est plus important lorsque les objets sont plus proches du point focal.

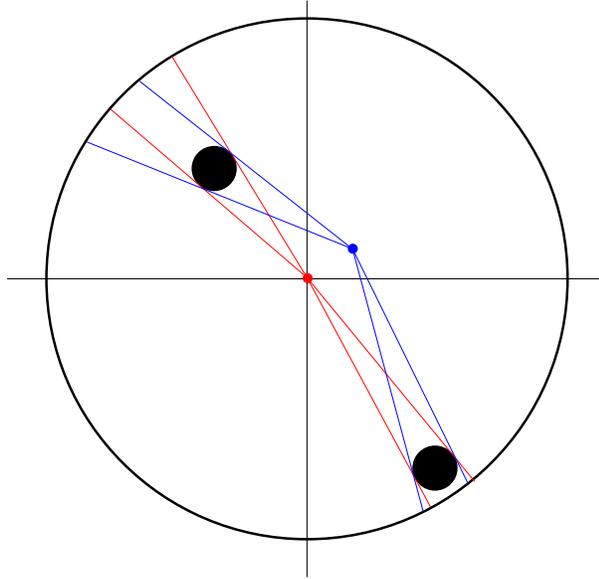


FIG. 3.4 – Plus on éloigne le point focal d’une caméra du point focal de la carte d’environnement, plus les objets proches du point focal de la carte d’environnement apparaîtront déformés et au mauvais endroit par rapport à un rendu de la scène géométrique.

### 3.3 Acquisition d’une carte d’environnement

#### 3.3.1 Carte d’environnement polaire

S’il n’y a aucune direction privilégiée dans une scène, la paramétrisation polaire est tout à fait appropriée pour représenter une carte d’environnement. La paramétrisation polaire permet un échantillonnage uniforme en latitude et en longitude.

Malgré le fait que la paramétrisation polaire semble naturelle, il n’est cependant pas toujours possible d’acquérir une carte d’un environnement réel avec cette paramétrisation. On peut imaginer une caméra où l’image se forme sur un hémisphère. Avec deux prises de vue opposées, il serait ainsi possible d’obtenir une carte d’environnement complète de la scène réelle. De tels systèmes de caméra sont malheureusement très difficiles à réaliser. Une autre technique consiste à utiliser une lentille “*fish-eye*”, qui est une lentille hémisphérique que l’on place devant une caméra standard. *Omnimax* et *Imax Dome* utilisent les lentilles hémisphériques pour la capture et la projection de séquences sur un dôme. Ce type de système de capture et de projection avec lentille se retrouve surtout dans les musées ou les grands centres de divertissement, car ce sont des systèmes très coûteux qui sont généralement construits sur mesure. De plus, la synthèse d’images

avec la distorsion d'une lentille "fish-eye" pose un problème. La plupart des systèmes de synthèse d'images ne peuvent créer que des vues perspectives. Greene et Heckbert [GH86] proposent d'utiliser plusieurs vues perspectives de l'environnement pour créer une carte d'environnement cubique (présenté dans la section suivante) et de la déformer pour créer une vue respectant la projection *Omnimax*.

### 3.3.2 Carte d'environnement cubique

Les cartes d'environnement polaires sont très faciles à utiliser puisque la paramétrisation sphérique est simple. Cependant, l'acquisition de telles cartes n'est pas aussi simple. En revanche, une carte d'environnement cubique est beaucoup plus facile à acquérir, car il suffit d'utiliser une caméra standard et de prendre six photos (avant, arrière, droite, gauche, haut et bas).

Introduite par Greene [Gre86], une carte d'environnement cubique consiste en six images 2D correspondant aux six faces d'un cube (figure 3.5). En général, on cherche à retrouver les coordonnées d'un pixel sur le cube correspondant à une orientation  $(\theta, \phi)$ . Soit un vecteur unitaire  $\hat{v}$  avec orientation  $(\theta, \phi)$ , la projection sur les axes  $x, y, z$  permet de déterminer l'index de la face sur laquelle le pixel se trouve.

Cette paramétrisation a pour avantage d'être conceptuellement simple. D'un point de vue algorithmique, cette méthode nécessite d'effectuer six tests pour retrouver les coordonnées d'un pixel, ce qui la rend moins performante que simplement accéder au pixel à la coordonnée  $(\theta, \phi)$  d'une carte d'environnement longitude-latitude. En revanche les cartes graphiques sont généralement capables d'effectuer ces opérations. D'un point de vue image, plus on se rapproche des jonctions entre deux images adjacentes de l'environnement, plus il est possible d'observer des discontinuités dues à la forme cubique de la paramétrisation.

### 3.3.3 Carte d'environnement avec miroir

Un système catadioptrique, composé d'une caméra faisant face à un miroir courbe, est souvent utilisé pour la capture d'une carte d'environnement. On distingue deux types de systèmes catadioptriques, soient les systèmes catadioptriques où les rayons lumineux incidents convergent en un seul point et les systèmes où les rayons convergent en une surface, nommée caustique.

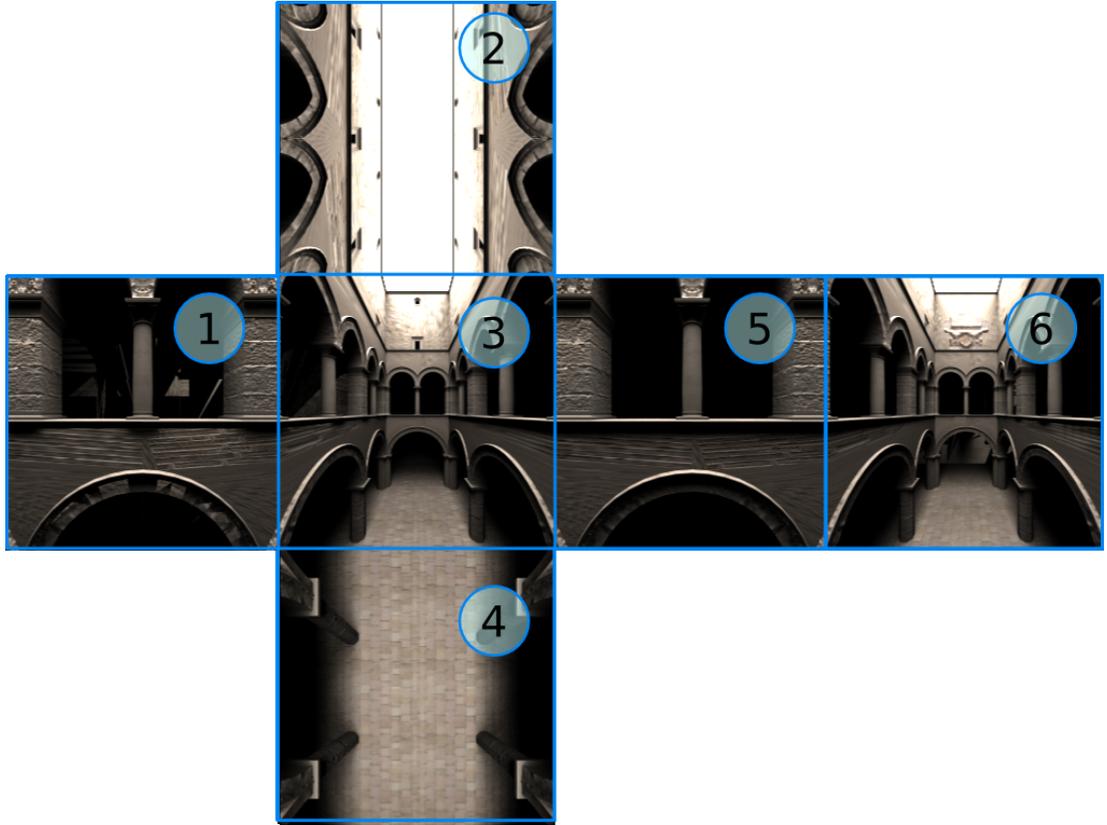


FIG. 3.5 – Carte d'environnement cubique avec ses six images.

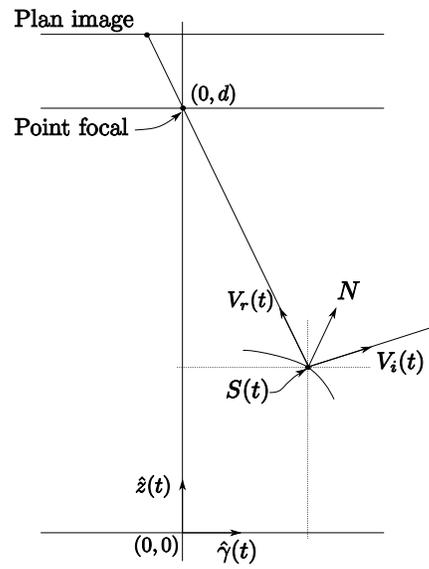


FIG. 3.6 – Système catadioptrique et paramétrisation en 2D.

Afin de représenter mathématiquement l'interaction des rayons lumineux avec un miroir, on établit la paramétrisation suivante, illustrée en 2D à la figure 3.6. Soit une courbe de révolution paramétrique définissant la surface d'un miroir :

$$S(t) = \{z(t), \gamma(t)\}$$

$$N(t) = \{\dot{\gamma}(t), -\dot{z}(t)\}.$$

Étant donné un point focal aux coordonnées  $(0, d)$ , on représente les rayons réfléchis sur  $S(t)$  et passant par le point focal par :

$$V_r(t) = \{d - z(t), -\gamma(t)\}.$$

Les rayons incidents correspondants peuvent être exprimés comme :

$$V_i(t) = V_r(t) - 2N(t)(N(t) \cdot V_r(t)).$$

La surface de la caustique peut être exprimée comme :

$$C(t, r_c) = S(t) + r_c V_i(t).$$

Une caustique est définie comme étant une singularité dans l'espace des rayons lumineux paramétrés par  $(t, r_c)$ . Une variation en  $r_c$  correspond à un déplacement le long d'un rayon lumineux. Une variation en  $t$  correspond à un changement de direction du rayon lumineux. Il y a singularité lorsqu'une variation en  $r_c$  correspond à une variation en  $t$  [SGN06]. Mathématiquement, on trouve les points de singularité lorsque le déterminant de la matrice jacobienne est nul. Ainsi, avec la contrainte que le déterminant du Jacobien doit être nul

$$\frac{\partial(C_\gamma, C_z)}{\partial(t, r_c)} = 0$$

on isole  $r_c$  :

$$r_c(t) = \frac{\dot{S}(t)_\gamma V_i(t)_z - \dot{S}(t)_z V_i(t)_\gamma}{\dot{V}(t)_z V_i(t)_\gamma - \dot{V}(t)_\gamma V_i(t)_z}.$$

Une caustique est un phénomène lumineux qui se produit lorsque des rayons de lumière sont réfractés ou réfléchis par une surface courbe. Un exemple de ce phénomène est illustré à la figure 3.7. L'apparition d'une caustique en forme de cardioïde dans le fond d'une tasse est un phénomène fréquent que l'on peut observer. La figure 3.7 (côté droit) montre un cylindre dont la paroi interne est parfaitement réfléchissante. Étant donnée une source lumineuse ponctuelle, on peut observer que les rayons réfléchissant sur la paroi du cylindre forment une cardioïde sur la surface du plancher. Cette image a été générée avec l'engin de lancer de rayons PBRT [PH04].

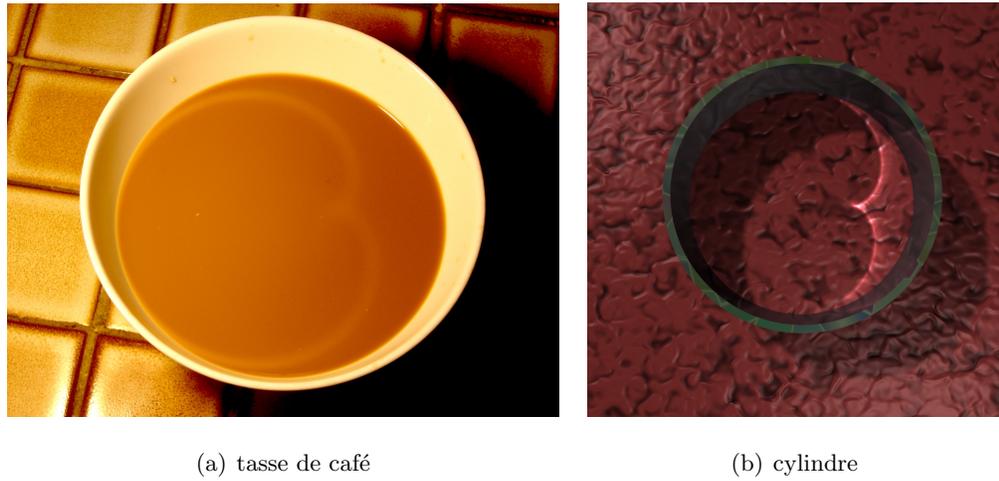


FIG. 3.7 – À gauche, une photographie d'une tasse de café. À droite, un lancer de rayons d'un cylindre. La lumière surplombe le cylindre en provenance de la gauche et produit une caustique de forme cardioïde sur le plancher après réflexion sur la paroi.

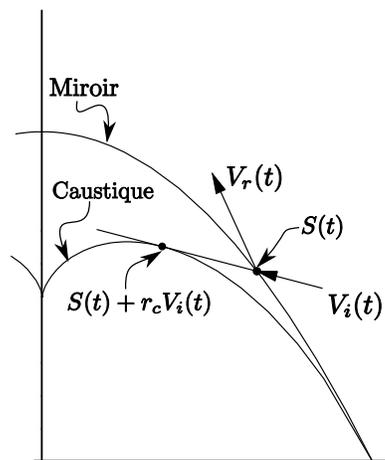


FIG. 3.8 – Représentation de la caustique d'un système catadioptrique avec une caméra perspective.

## 3.4 Système catadioptrique

### 3.4.1 Résolution

Typiquement, lorsque l'on parle de la résolution d'une image, on parle du nombre de pixels ou de points par unité de longueur. Par exemple, on parle de PPP (Pixels Par Pouce) pour désigner la résolution d'un appareil photographique numérique. En optique, on utilise le terme "pouvoir de résolution" pour désigner la capacité d'un système optique à observer des détails. Plus précisément, le pouvoir de résolution est défini comme la distance angulaire minimale pour distinguer deux objets. De façon générale, le pouvoir de résolution d'un instrument optique dépend du diamètre de l'instrument (diamètre de la lentille) ainsi que de la longueur d'onde de la lumière observée.

Dans un contexte où l'on considère que la lumière se propage dans le vide sous forme de rayons lumineux, on est intéressé à quantifier la densité des rayons lumineux interceptant le plan image d'un système de capture. Pour une surface d'aire infinitésimale  $\delta A$  du plan image, on définit un angle solide  $\delta\omega$  correspondant à l'angle de vue soutenu par le cône ayant son sommet au point focal et de base  $\delta A$ . On définit donc la densité des rayons lumineux comme  $\frac{\delta A}{\delta\omega}$ .

La figure 3.9 montre la densité des rayons lumineux incidents au plan image d'une caméra sténopé. Pour une distribution radiale uniforme des rayons lumineux, l'intersection entre les rayons lumineux et le plan image n'est pas uniforme, comme le montrent les points sur le plan image de la figure. En utilisant la définition précédente de la densité, on peut trouver une expression pour la densité des rayons lumineux interceptant le plan image d'une caméra sténopé. Pour un plan image situé à une distance  $f$  du point focal d'une caméra, la densité des rayons lumineux est donnée par :

$$\frac{dA}{d\omega} = \frac{f}{\cos^3 \theta} \quad (3.1)$$

où  $\theta$  est l'angle entre un rayon lumineux incident et l'axe optique de l'appareil.

Par abus de langage, on utilise le terme résolution d'un système catadioptrique pour désigner la densité des rayons lumineux interceptant le plan image de la caméra. En utilisant la paramétrisation d'un système catadioptrique définie dans la section précédente, on peut exprimer la résolution (la densité des rayons lumineux) par :

$$\frac{\delta A}{\delta\omega} = \frac{f^2 r_c(t)^2}{(d + z(t))^2 \cos \psi} \quad (3.2)$$

où  $\psi$  est l'angle entre l'axe optique et le rayon réfléchi  $V_r(t)$ .

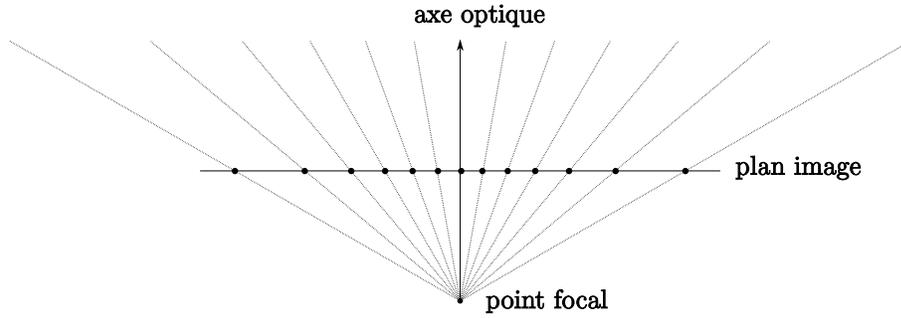


FIG. 3.9 – Densité des rayons lumineux incidents au plan image d'une caméra sténopé pour une distribution radiale uniforme des rayons.

### 3.4.2 Transformation de coordonnées

La sortie d'une capture avec un système catadioptrique est une image de la réflexion d'une scène sur un miroir. L'objectif des sections suivantes est de retrouver la direction des rayons lumineux étant donnée la paramétrisation du miroir utilisé dans le système catadioptrique et de l'image de capture. On cherche donc à pouvoir passer du système de coordonnées naturelles du système catadioptrique aux coordonnées polaires  $(\theta, \phi)$ , souvent nommées coordonnées longitude-latitude. De façon générale, on peut exprimer la direction  $(\theta, \phi)$  d'un rayon lumineux incident au miroir  $S(t)$  et réfléchi vers le pixel  $(X, Y)$  du plan image par les équations :

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{X}{Y} \\ \phi &= \arctan \frac{S(t) \cdot \hat{\gamma}}{d - S(t) \cdot \hat{z}} + 2 \arccos \hat{N}(t) \cdot \hat{z}\end{aligned}$$

tel que  $t$  satisfait la contrainte

$$C(t) \cdot \hat{\gamma} = \sqrt{X^2 + Y^2}.$$

Lorsque l'on passe du domaine de l'image de capture  $(X, Y)$  au domaine des coordonnées  $(\theta, \phi)$ , on est intéressé à connaître les fonctions inverses  $X(\theta, \phi)$  et  $Y(\theta, \phi)$  pour avoir la possibilité d'interpoler les pixels de l'image résultante. Puisqu'on s'attarde au système catadioptrique ayant une symétrie de révolution autour de l'axe optique de la caméra, on peut déduire que les fonctions inverses ont la forme :

$$\begin{aligned}X(\theta, \phi) &= h(\phi) \sin \theta \\ Y(\theta, \phi) &= h(\phi) \cos \theta.\end{aligned}$$

Il reste donc à déterminer la fonction  $h(\phi)$ . De façon générale, elle est très difficile à trouver. Il est parfois nécessaire de devoir l'approximer à partir de données numériques. Heureusement dans certains cas, il est possible de trouver une forme analytique. Les prochaines sections font la démonstration de comment on peut retrouver cette fonction pour des formes particulières de miroirs.

### 3.4.3 Miroir sphérique

Une façon simple et peu coûteuse de capturer un environnement consiste à utiliser la réflexion d'une scène sur un miroir sphérique. Cette méthode permet la capture d'une carte d'environnement avec un champ de vue effectif de  $360^\circ$  lorsque la réflexion est capturée par une caméra orthographique.

Cette technique de capture d'environnement a débuté dans les années 1970 dans le but de les utiliser comme cartes de réflexion (*"reflection map"*). Une carte de réflexion permet d'approximer le rendu d'un objet réfléchissant d'une scène. En connaissant la normale de l'objet réfléchissant ainsi que la position de la caméra, on peut aisément calculer le vecteur du rayon de lumière incident à l'objet réfléchissant (équation 3.3 et figure 3.11) et ainsi calculer sa direction  $(\theta, \phi)$ .

$$\hat{L} = 2\hat{N}(\hat{N} \cdot \hat{E}) - \hat{E}. \quad (3.3)$$

Connaissant la direction  $(\theta, \phi)$ , il suffit de chercher la couleur à la position  $(\theta, \phi)$  de la carte d'environnement. Cette méthode a le grand avantage d'être indépendante de la complexité de l'environnement, ce qui n'est pas le cas pour un système de rendu par lancer de rayons par exemple. La figure 3.11 montre le rendu d'une tête de singe sur laquelle on a appliqué la méthode de carte de réflexion. Ainsi, la tête donne l'impression d'être couverte de chrome.

Blinn et Newell [BN76] furent les premiers à présenter le concept de carte de réflexion créée à partir d'une carte d'environnement synthétique. Les images d'environnements réels ont beaucoup été utilisées dans les années 1980 et 1990, notamment dans les films *"Flight of the Navigator"* (1986) et *"Terminator II"* (1991). Plus d'information sur l'histoire du rendu à partir de cartes de réflexion est disponible sur le site web de Paul Debevec [Deb].

Il arrive parfois que le terme "carte d'environnement sphérique" soit utilisé pour

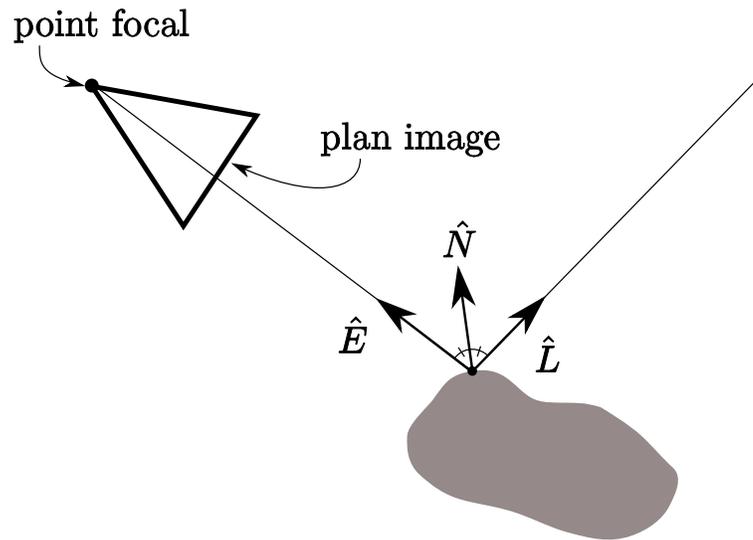


FIG. 3.10 – Réflexion de la lumière sur une surface miroir quelconque.



FIG. 3.11 – Application d'une carte de réflexion sur un objet miroir.

désigner une carte d'environnement provenant d'une capture à partir d'une sphère miroir. Il peut y avoir confusion avec le terme "carte d'environnement longitude-latitude" qui utilise les coordonnées sphériques  $(\theta, \phi)$ .

Dans cette section, on propose l'étude d'un système catadioptrique où le miroir a la forme d'une sphère. Dans un premier temps, on considère un système catadioptrique constitué d'une caméra orthographique et d'un miroir sphérique, comme l'illustre la figure 3.12(a).

La transformation en coordonnées longitude-latitude des coordonnées propres au système catadioptrique avec miroir sphérique et caméra orthographique est :

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{X}{Y} \\ \phi &= 2 \arcsin \sqrt{X^2 + Y^2}\end{aligned}$$

et sa transformation inverse :

$$\begin{aligned}X &= \sin \frac{\phi}{2} \sin \theta \\ Y &= \sin \frac{\phi}{2} \cos \theta.\end{aligned}$$

Dans un deuxième temps, on considère un système catadioptrique constitué d'une caméra perspective et d'un miroir sphérique, comme l'illustre la figure 3.12(b).

Les coordonnées polaires correspondent à

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \left( \frac{X}{Y} \right) \\ \phi &= \arctan \left( \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{f - \sqrt{1 - X^2 - Y^2}} \right) + 2 \arctan \left( \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\sqrt{1 - X^2 - Y^2}} \right).\end{aligned}$$

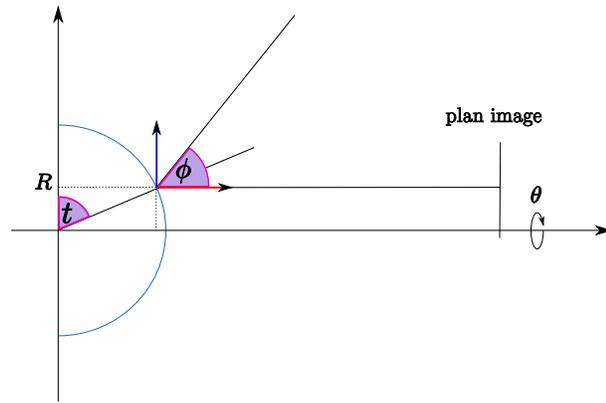
Ici la transformation inverse est non triviale. On s'attend à une solution de la forme :

$$\begin{aligned}X &= h(\phi) \sin \theta \\ Y &= h(\phi) \cos \theta\end{aligned}$$

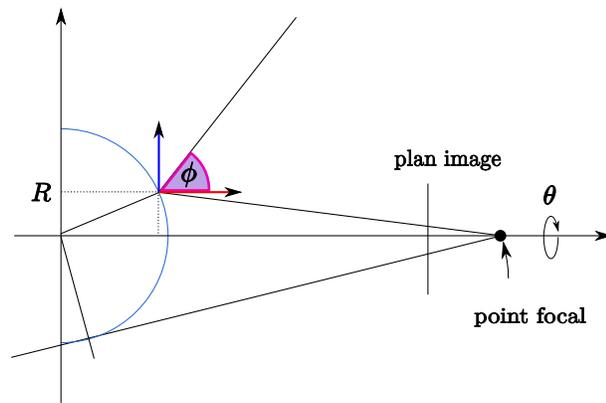
On remarque que l'on retrouve la solution pour la caméra orthographique lorsqu'on prend la limite quand  $f \rightarrow \infty$  :

$$\lim_{f \rightarrow \infty} h(\phi) = \sin \frac{\phi}{2}.$$

Dans la figure 3.15, la fonction  $\phi(h)$  est évaluée pour différentes valeurs de distance focale  $f$  de la caméra perspective. Il est à remarquer que pour une distance focale



(a) orthographique

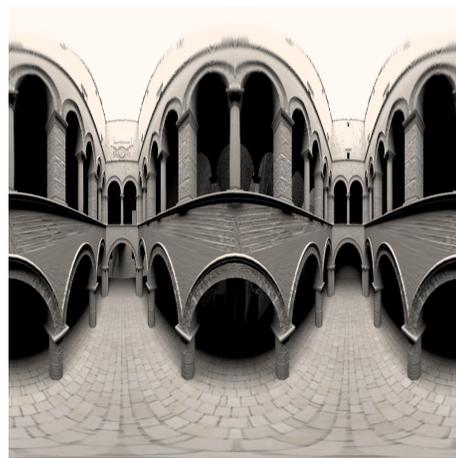


(b) perspective

FIG. 3.12 – Schéma du système catadioptrique avec miroir sphérique.



(a) réflexion sphérique



(b) carte d'environnement longitude-latitude

FIG. 3.13 – Réflexion de la scène Sponza sur un miroir sphérique.



FIG. 3.14 – Réflexion de la scène Sponza sur un miroir sphérique prise avec une caméra perspective.

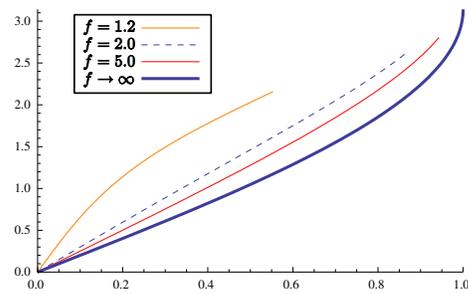


FIG. 3.15 –  $\phi(h)$  pour  $f = 1.2$ ,  $f = 2$ ,  $f = 5$  et  $f \rightarrow \infty$ .

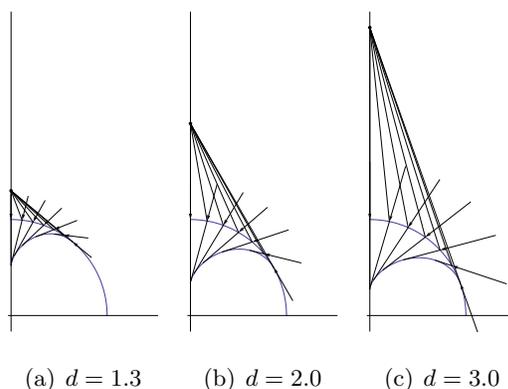


FIG. 3.16 – Densité des rayons lumineux incidents au miroir sphérique et réfléchis vers le point focal de la caméra.

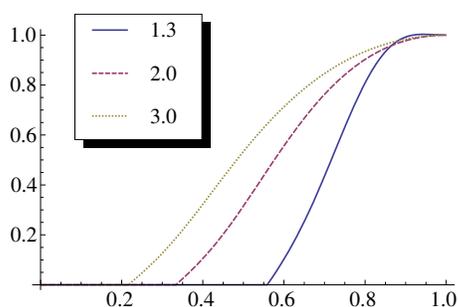


FIG. 3.17 – Graphe de la résolution d'un système catadioptrique avec miroir sphérique pour différentes valeurs de la distance miroir-caméra.

de plus de cinq fois le rayon du miroir sphérique, on peut considérer comme bonne approximation un système orthographique. En dessous, il est essentiel de trouver une fonction  $h(\phi)$ . À défaut de pouvoir l'exprimer de façon exacte, il est possible de la tracer numériquement et par la suite de l'interpoler par une fonction polynomiale.

Pour ce qui est de la densité des rayons lumineux incidents au miroir sphérique et réfléchis vers le point focal de la caméra, on remarque une relation entre la distance de la caméra et la densité des rayons lumineux entrant dans la caméra. La figure 3.16 montre trois schémas d'un système catadioptrique sphérique avec une caméra perspective située respectivement à une distance  $d$  de 1.3, 2.0 et 3.0 fois le rayon du miroir par rapport au centre du miroir. On note qu'on obtient une meilleure distribution des rayons lumineux réfléchis ainsi qu'un angle de vue effectif plus important lorsque le point focal de la caméra se trouve à une plus grande distance du miroir. En terme de résolution donnée par l'équation 3.2, on note donc une meilleure résolution du système catadiop-

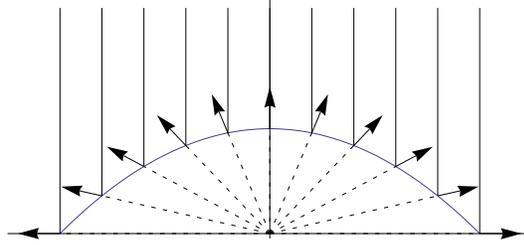


FIG. 3.18 – Miroir parabolique avec caméra orthographique.

trique lorsque la distance caméra-miroir s'accroît. La figure 3.17 montre un graphe de la résolution du système pour trois différentes distances caméra-miroir.

### 3.4.4 Miroir parabolique

Heidrich et Seidel [HS98] proposent une paramétrisation parabolique pour exprimer une carte d'environnement. Avec un meilleur échantillonnage qu'une carte d'environnement avec une paramétrisation sphérique. Lorsque l'échantillonnage d'une carte d'environnement est assez uniforme, on dit qu'elle est indépendante du point de vue. C'est-à-dire qu'il est possible de regarder l'environnement dans n'importe quelle direction sans qu'il y ait de discontinuités ou de dégradations de la résolution. De plus, la paramétrisation parabolique est facilement implémentable sur une carte graphique, ce qui favorise l'utilisation des cartes d'environnement dans des systèmes temps réel.

Baker et Nayar [BN99] utilisent cette même paramétrisation dans leur système catadioptrique. Le système est constitué d'une caméra orthographique au-dessus d'un miroir parabolique respectant l'équation 3.4.

$$f(x, y) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2), \quad x^2 + y^2 < 1. \quad (3.4)$$

La parabole a la propriété intéressante de converger les rayons incidents parallèles en un seul point, le foyer (figure 3.18). Ainsi, une caméra orthographique au-dessus d'un miroir parabolique capte les rayons de la scène avec un angle de vue effectif de  $180^\circ$ . Il faut donc renverser le système et capturer l'autre moitié de l'environnement pour construire une carte complète de l'environnement d'une scène. La figure 3.19 représente une carte d'environnement avec une paramétrisation parabolique de la scène Sponza.

Étant donnée la paramétrisation parabolique, on peut retrouver la direction du rayon lumineux  $(\theta, \phi)$  correspondant à la radiance se trouvant à la position  $(X, Y)$  du plan

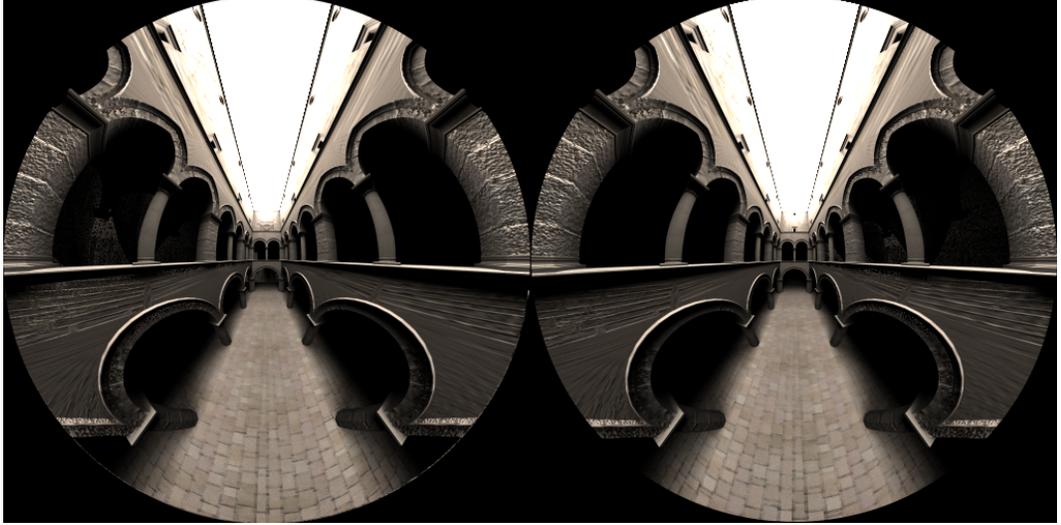


FIG. 3.19 – Carte d'environnement de la scène Sponza avec la paramétrisation parabolique.

image comme suit :

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{X}{Y} \\ \phi &= \arctan \frac{2\sqrt{X^2 + Y^2}}{1 - X^2 - Y^2}.\end{aligned}$$

Inversement, étant donnée la direction d'un rayon lumineux  $(\theta, \phi)$ , on peut retrouver la position  $(X, Y)$  de la radiance sur le plan image comme suit :

$$\begin{aligned}X &= (\csc \phi - 1) \cos \phi \sin \theta \\ Y &= (\csc \phi - 1) \cos \phi \cos \theta.\end{aligned}$$

La résolution d'un système catadioptrique parabolique avec une caméra orthographique est définie comme étant la variation du quotient d'un élément infinitésimal d'aire  $dA$  du plan image par l'angle solide  $d\omega$  du cône ayant son sommet au foyer de la parabolioïde et interceptant la projection de l'élément d'aire sur la surface de la parabolioïde. La figure 3.20 (côté gauche) montre un schéma 2D d'un système catadioptrique avec un miroir parabolique où un élément d'aire  $dA$  est projeté sur la surface du miroir. La figure 3.20 (côté droit) montre un graphe de la résolution du système en fonction de l'angle entre l'axe optique et un rayon lumineux incident. On observe qu'il y a un facteur 4 entre la résolution maximale et minimale. Ainsi, la résolution d'une carte d'environnement complète acquise par un tel système n'est pas constante, mais ne varie que

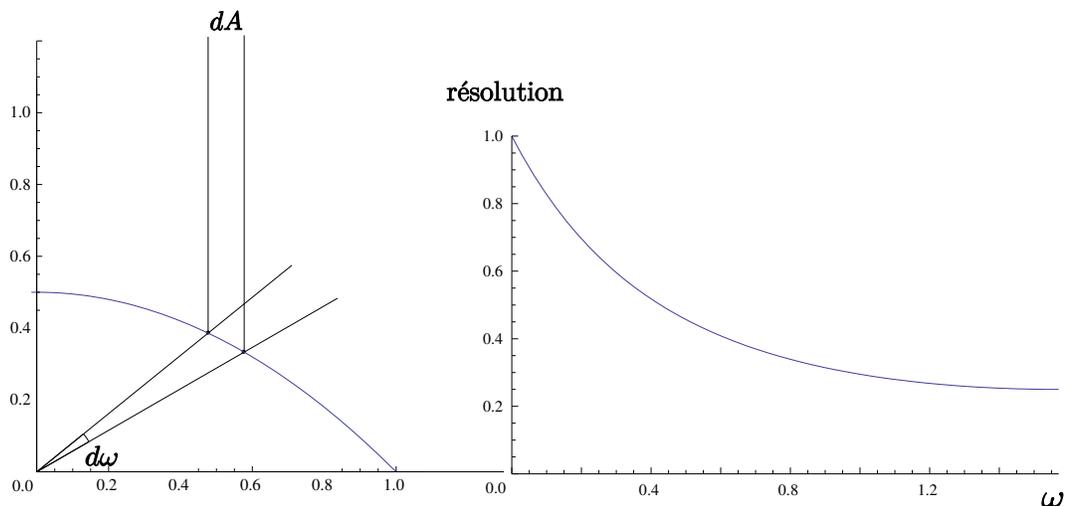


FIG. 3.20 – Résolution d'un système catadioptrique avec miroir parabolique et caméra orthographique.

d'un faible facteur. On peut donc considérer cette carte d'environnement comme étant indépendante du point de vue, puisque la différence de la résolution est peu perceptible à vue d'oeil dans une application standard.

Une caméra orthographique est un modèle théorique. Une méthode bien connue pour réaliser une caméra réelle qui approxime le modèle de caméra orthographique consiste à utiliser une caméra perspective avec un angle de vue faible (environ  $5^\circ$ ). Pour réduire l'angle de vue d'une caméra perspective standard, on utilise un objectif de longue focale, aussi appelé téléobjectif. Ce type d'objectif est généralement très gros et nécessite un trépied pour le maintenir en position. L'utilisation d'une caméra orthographique est donc moins pratique.

Au lieu d'utiliser une caméra orthographique dans le système catadioptrique parabolique, on utilise une caméra perspective. Les rayons lumineux incidents au miroir parabolique ne sont plus parallèles et par conséquent, ne convergent plus au point focal de la paraboloïde. Dépendamment de la distance  $d$  entre le point focal de la caméra perspective et du miroir, les rayons lumineux incidents au miroir et réfléchis vers le point focal de la caméra auront une distribution différente.

La figure 3.21 montre la distribution des rayons lumineux incidents au miroir et réfléchis vers le point focal de la caméra pour différentes distances  $d = 1, 2$  et  $100$  (l'unité est la demi-largeur du miroir). Plus la distance est grande, plus les rayons lumineux réfléchis sont parallèles et on se retrouve dans le cas de la caméra orthographique.

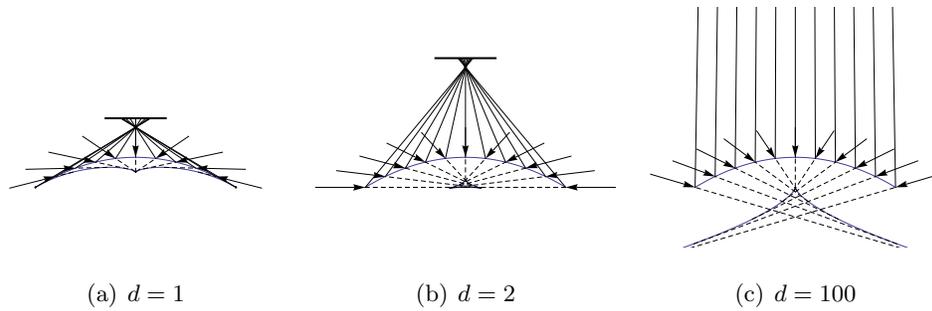


FIG. 3.21 – Densité des rayons lumineux incidents au miroir parabolique pour une caméra perspective à différentes distances focales.

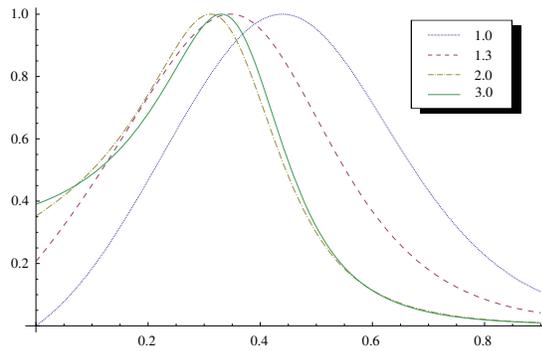


FIG. 3.22 – Résolution normalisée d'un système catadioptrique parabolique avec caméra perspective pour des distances caméra-miroir  $d = 1, 1.3, 2.0$  et  $3.0$ .

Ce qui est plus impressionnant est la résolution du système. Comme le montre la figure 3.22, la résolution n'est pas maximale au rebord du miroir, comme c'est le cas pour une caméra orthographique. Cependant, on observe que la résolution du système augmente au rebord du miroir lorsque la distance caméra-miroir augmente. La figure 3.23 montre le graphe de l'angle de vue effectif du système en fonction de la distance caméra-miroir. L'angle de vue effectif correspond à l'angle entre l'axe optique et le rayon lumineux incident tangent au miroir.

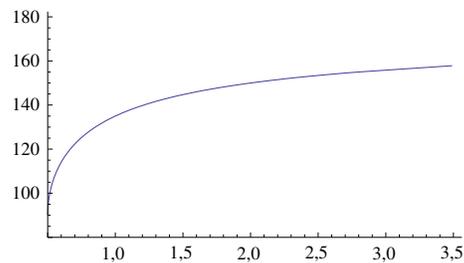


FIG. 3.23 – Graphe de l'angle de vue effectif en fonction de la distance caméra-miroir.

Les transformations des coordonnées propres au système en coordonnées sphériques se compliquent lorsque l'on utilise une caméra perspective. On peut retrouver la direction du rayon lumineux  $(\theta, \phi)$  correspondant à la radiance se trouvant à la position  $(X, Y)$  du plan image comme suit :

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{X}{Y} \\ \phi &= 2 \arccos \left( \frac{d - 0.5 - 0.5R^2}{\sqrt{(1 + R^2)(t^2 + (d - 0.5 + 0.5R^2)^2)}} \right) - \\ &\quad \arccos \left( \frac{d - 0.5 + 0.5R^2}{\sqrt{R^2 + (d - 0.5 + 0.5R^2)^2}} \right)\end{aligned}$$

où  $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ .

La transformation inverse  $(X(\phi, \theta), Y(\phi, \theta))$  est cependant difficile à obtenir.

### 3.4.5 Miroir elliptique

Dans cette section, on étudie un système catadioptrique avec un miroir elliptique. Mathématiquement, l'ellipse est définie comme étant une courbe plane telle que la somme des distances soit constante entre tout point de la courbe et les deux points fixes nommés foyers. Géométriquement, on peut décrire l'ellipse comme la projection d'un cercle sur un plan. Une autre interprétation est d'imaginer l'intersection d'un plan avec un cône de révolution. Cette intersection donne une famille de courbes appelée les coniques. Lorsque l'angle entre la normale du plan et l'axe de révolution du cône est inférieur à l'angle d'ouverture du cône, alors les courbes obtenues par l'intersection sont des ellipses. Les ellipses sont bien connues dans le monde de la physique et notamment en astrophysique. Johannes Kepler (1571 - 1630) fut le premier à postuler que les planètes suivent des trajectoires elliptiques dont le soleil est un foyer. Ce postulat est connu sous le nom de la première loi de Kepler, loi des orbites. Les ellipses ne sont pas étrangères au domaine de l'infographie. En effet, l'ellipse est une primitive simple à représenter. De plus, l'intersection d'une droite paramétrique et d'une ellipse ne requiert que de résoudre une équation quadratique. Ainsi, l'ellipse est une forme géométrique bien adaptée pour un engin de lancer de rayons.

L'utilisation d'un miroir en forme d'ellipsoïde de révolution n'est pas un concept nouveau. En effet, les miroirs en forme d'ellipsoïde de révolution peuvent être utilisés dans les projecteurs cinématographiques où il est important de produire une source de

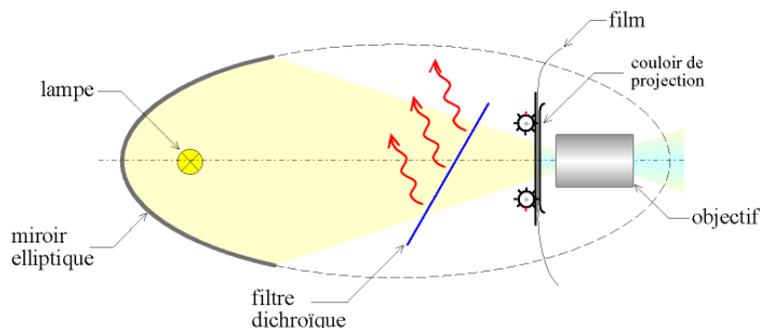


FIG. 3.24 – Schéma du fonctionnement d'un projecteur cinématographique. Tiré de [DC].

lumière intense pour projeter l'image d'un film semi-transparent sur un écran. Ainsi on place à un des foyers du miroir en forme d'ellipsoïde une ampoule qui éclaire de façon omnidirectionnelle. La lumière réfléchiée sur la paroi du miroir converge vers l'autre foyer. En plaçant une source de lumière à un foyer et le film à l'autre foyer, toute la puissance de la source lumineuse est mise à contribution pour projeter l'image du film sur un écran. La figure 3.24 illustre le fonctionnement d'un tel projecteur cinématographique.

À un facteur d'échelle près, il suffit d'un seul paramètre, soit l'excentricité  $\varepsilon$ , pour décrire la forme de l'ellipse. L'excentricité est définie comme le rapport de la distance entre un point de l'ellipse et le foyer le plus proche d'une droite directrice  $d(p, F)$  par la distance du point de l'ellipse à la droite directrice  $d(p, D)$  (figure 3.25(a)) :

$$\varepsilon = \frac{d(p, F)}{d(p, D)}.$$

En termes d'axe majeur  $2a$  et axe mineur  $2b$  (figure 3.25(b)), on peut aussi exprimer l'excentricité par :

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

On définit la distance entre les foyers comme étant  $c = 2a\varepsilon$ . On peut réexprimer l'excentricité comme :

$$\varepsilon = \frac{c}{2a}.$$

L'excentricité est un nombre positif strictement inférieur à 1.0 ; une valeur nulle correspond à un cercle.

En s'inspirant du projecteur cinématographique, on peut concevoir un système catadioptrique utilisant un miroir de forme ellipsoïde de révolution tronquée. Ce type

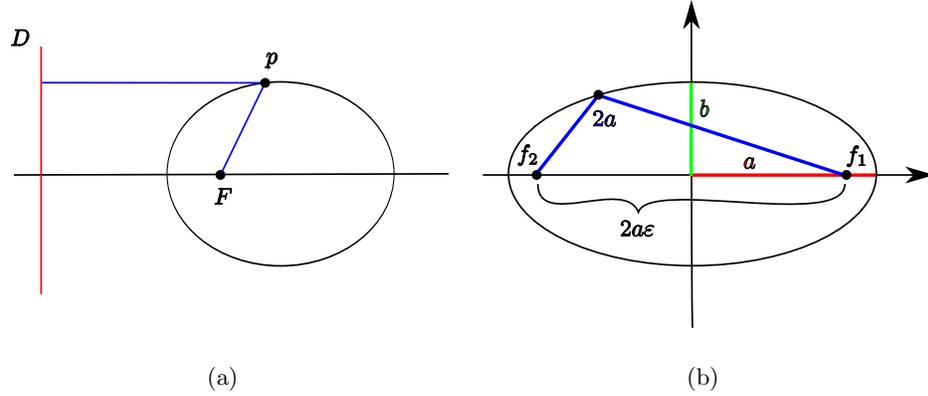


FIG. 3.25 – Paramètres géométriques d'une ellipse.

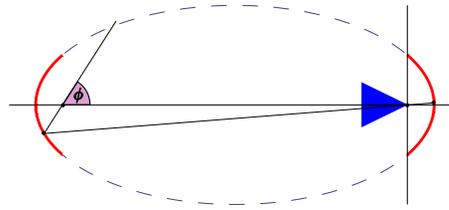


FIG. 3.26 – Schéma d'un système catadioptrique avec miroir elliptique.

de système a été étudié par Baker et Nayar [BN99] dans le cadre d'un survol sur les systèmes catadioptriques à foyer unique. Plus précisément, le système consiste en une caméra sténopé ayant son point focal à un des foyers du miroir. L'axe optique de la caméra coïncide avec l'axe de révolution de l'ellipsoïde. La figure 3.26 schématise la structure du système. Les sections en rouge de l'ellipse représentent le miroir, le triangle bleu illustre la caméra.

Avec cette configuration, les rayons lumineux provenant de l'environnement et passant par le foyer de l'ellipsoïde opposé à la caméra sont réfléchis par le miroir elliptique vers le point focal de la caméra. Ainsi, l'image captée par la caméra représente une carte d'environnement d'un hémisphère de la scène.

Pour poursuivre l'analyse des propriétés du système, on utilise la paramétrisation polaire de l'ellipse. En plaçant l'un des foyers à l'origine du référentiel, la distance  $h$  entre l'origine et un point de l'ellipse est définie comme étant :

$$h(\phi) = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \cos \phi}.$$

$\phi$  représente l'angle entre l'axe majeur et la droite reliant un point de l'ellipse à l'origine (voir la figure 3.27).

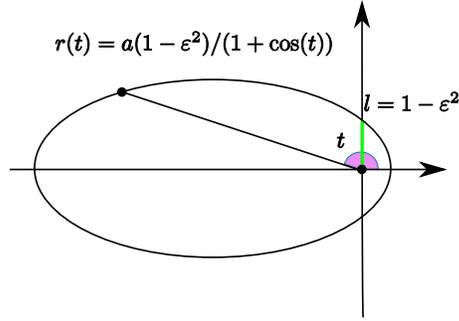


FIG. 3.27 – Paramétrisation polaire d'une ellipse.

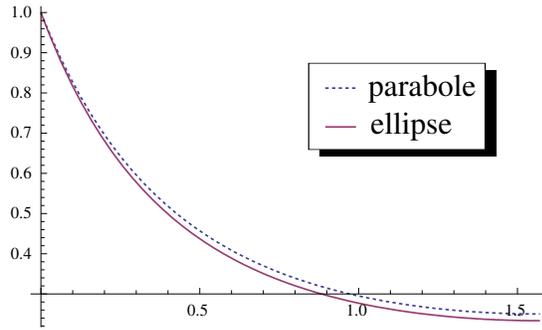


FIG. 3.28 – Résolution d'un système catadioptrique parabolique versus un système catadioptrique elliptique. Il est à remarquer que les graphes de résolution sont similaires.

On utilise cette représentation polaire pour la paramétrisation du système catadioptrique qui devient :

$$z(\theta, \phi) = h(\phi) \cos \theta$$

$$\gamma(\theta, \phi) = h(\phi) \sin \theta$$

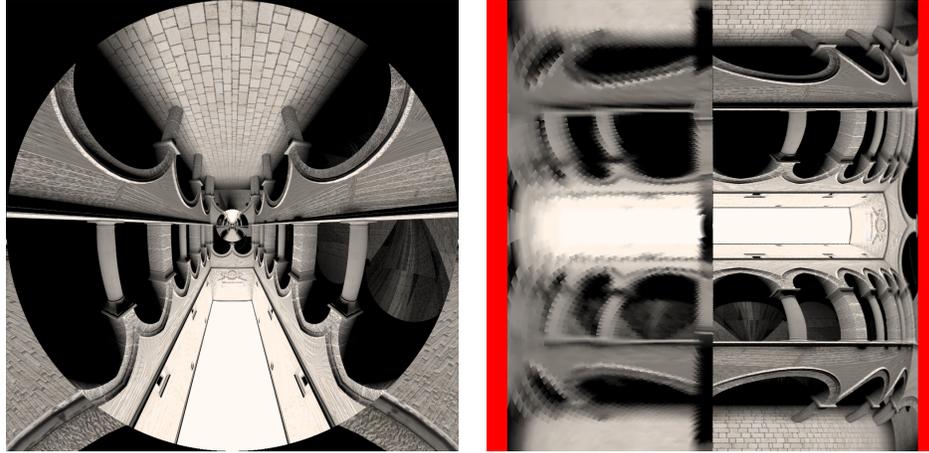
$$c = 2a\varepsilon.$$

où  $c$  est la distance entre le point focal de la caméra sténopé et le point focal effectif du système catadioptrique, distance entre les deux foyers du miroir elliptique.

Avec un peu de trigonométrie, on peut exprimer la direction  $(\theta, \phi)$  d'un rayon lumineux incident étant données les coordonnées  $(X, Y)$  du plan image du système comme suit :

$$\theta = \arctan \frac{X}{Y} \tag{3.5}$$

$$\phi = \arcsin \left( \frac{(1 - \varepsilon^2)(1 - \cos \alpha)}{2(1 - \cos \alpha) - (1 - \varepsilon^2)} - 1 \right) \tag{3.6}$$



(a) réflexion elliptique

(b) carte d'environnement longitude-latitude

FIG. 3.29 – Réflexion de la scène Sponza sur un miroir elliptique dans une caméra perspective.

$$\alpha = \arctan \left( \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{f} \right). \quad (3.7)$$

On remarque que le système catadioptrique avec un miroir elliptique et une caméra perspective offre une résolution comparable au système catadioptrique avec un miroir parabolique et une caméra orthographique (figure 3.29). Les caméras orthographiques sont généralement beaucoup plus coûteuses et moins compactes que les caméras perspectives. Ainsi, le système catadioptrique elliptique offre un avantage pratique par rapport au miroir parabolique.

Puisque dans une scène synthétique les caméras n'ont pas de volume, nous pouvons ajouter une deuxième section du miroir elliptique à proximité du deuxième foyer. Ainsi, on obtient dans une seule prise de vue la réflexion du premier miroir représentant un hémisphère de la scène et la réflexion du deuxième miroir représentant l'autre hémisphère. Ce système permet la capture d'un environnement complet en une seule prise de vue. Il est à noter cependant que cette méthode est limitée, car, dans un premier temps, la résolution de la deuxième réflexion est nettement plus faible que celle de la première réflexion comme l'illustre la figure 3.29 (a), où l'aire occupée par la première réflexion est nettement supérieure à l'aire occupée par la deuxième située au centre de l'image. La carte d'environnement souffre donc d'une énorme discontinuité entre les deux hémisphères, telle qu'illustrée à la figure 3.29 (b). Dans un deuxième temps, les deux

sections se bloquent mutuellement une section de la scène, ce qui crée une discontinuité aux pôles de la carte d'environnement.

### 3.4.6 Miroir superelliptique

Dans cette section on propose l'utilisation d'un miroir de forme de superellipse. Les superellipses ou courbes de Lamé furent introduites en 1818 par l'ingénieur et mathématicien français Gabriel Lamé (1795-1870). Dans son traité "Examen des différentes méthodes pour résoudre les problèmes de géométrie", Lamé propose une étude sur la famille des courbes respectant l'équation de la forme :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1$$

où  $a$  et  $b$  sont respectivement les longueurs de l'axe majeur et l'axe mineur, et  $n$  est un nombre rationnel positif.

Le concept de superellipse se généralise en 3D pour donner des superellipsoïdes. En poussant la généralisation plus loin, Barr [Bar81] introduit les superquadriques ("*superquadrics*"). La famille des superquadriques contient les superellipsoïdes, les superhyperboloïdes à une nappe, les superhyperboloïdes à deux nappes et les supertoroïdes. Les superquadriques sont des objets tridimensionnels paramétriques possédant relativement peu de paramètres, mais pouvant adopter des formes variées. Jaklic *et al.* [JLS00] offrent une description complète des propriétés géométriques ainsi qu'une brève historique de l'évolution des superquadriques.

Les superquadriques offrent une variété de formes géométriques, mais pour le reste de la section, on se limite à l'étude des superellipsoïdes possédant un axe de révolution correspondant à la colonne du milieu de la figure 3.30. On peut donc simplifier l'analyse en ne considérant que la superellipse en 2D de la forme :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{n}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{n}} = 1.$$

Dans le cadre d'un système catadioptrique, on n'est intéressé qu'à un demi-ellipsoïde de révolution. En utilisant la paramétrisation d'un système catadioptrique définie précédemment, on peut exprimer la surface du miroir comme :

$$S(t) = \begin{bmatrix} a \cos^n t \\ b \sin^n t \end{bmatrix}, \quad 0 < t < \pi/2.$$

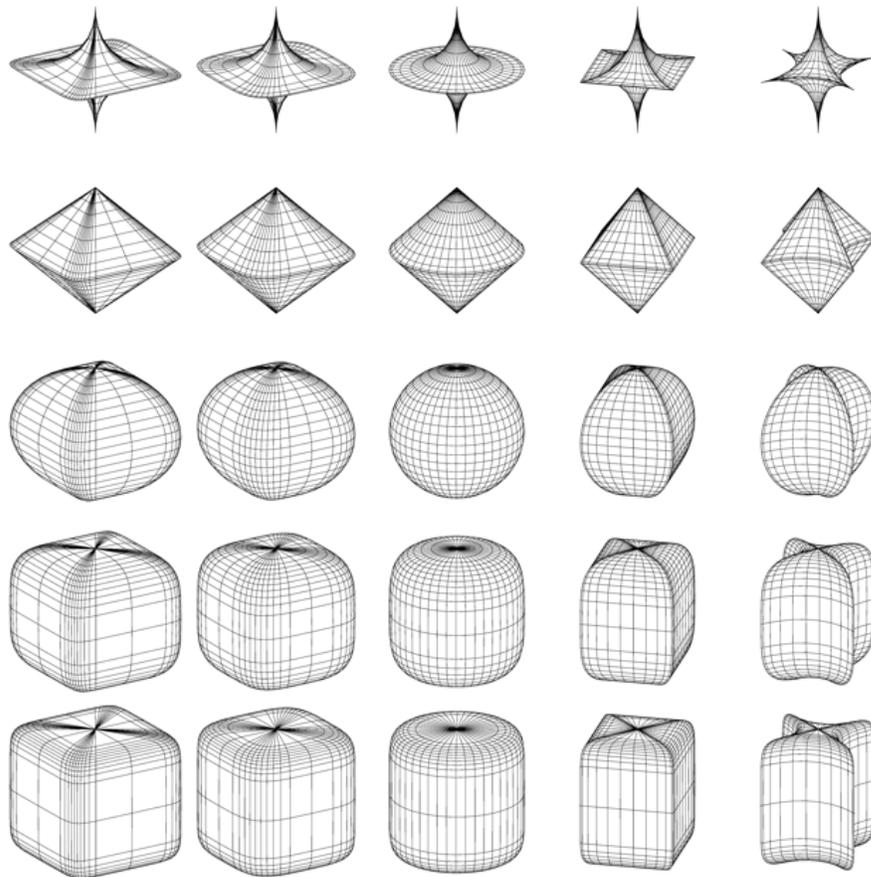


FIG. 3.30 – Superellipsoïdes générées avec le logiciel [Kin].

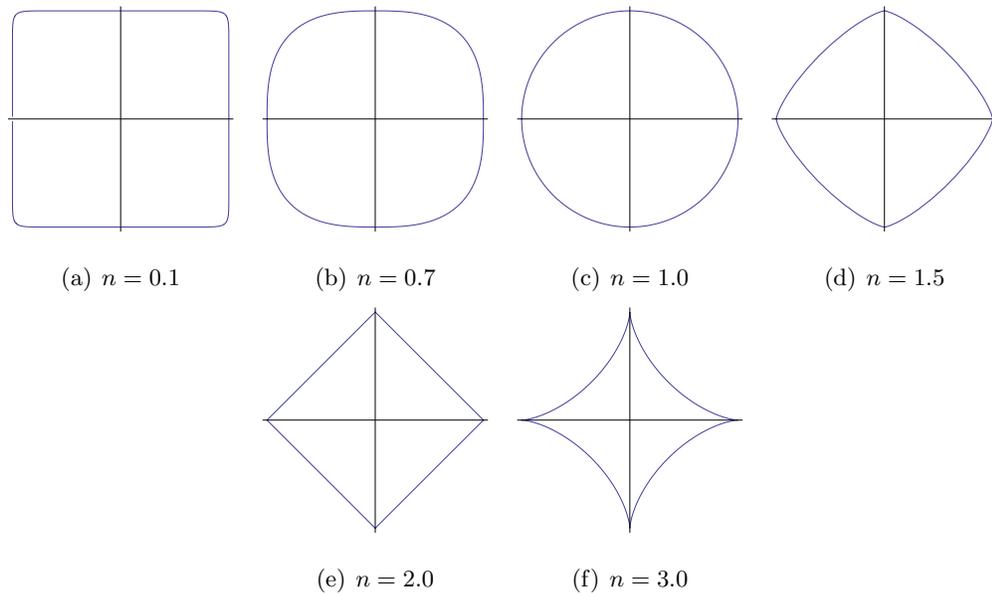


FIG. 3.31 – Superellipses pour  $a = b = 1.0$  et différentes valeurs de  $n$ .

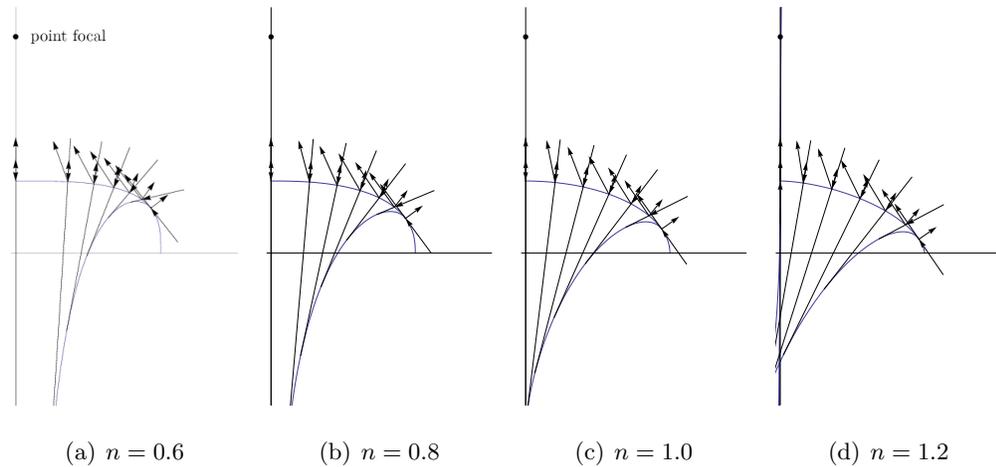


FIG. 3.32 – Distribution des rayons lumineux incidents et réfléchis sur un miroir avec une forme de superellipse.

On a donc trois paramètres pour contrôler la forme du miroir, soient  $a$  qui détermine la largeur,  $b$  la hauteur et  $n$  la courbure. La figure 3.31 illustre comment la courbure de la superellipse varie en fonction du paramètre  $n$ . Les paramètres  $a$  et  $b$  sont fixés à 1. À  $n = 0$ , on obtient un rectangle, à  $n = 1$ , un cercle et à  $n = 2$ , un losange. Pour des valeurs de  $n$  supérieures à 2, la superellipse converge en une croix. Pour un système catadioptrique, on est intéressé par une distribution continue des rayons lumineux incidents. Par conséquent, on ne retiendra que la plage de valeurs entre 0 et 2 pour le paramètre  $n$ .

La figure 3.32 montre la distribution des rayons lumineux incidents et réfléchis au point focal de la caméra. Plus la valeur du paramètre  $n$  augmente, plus la courbure de la surface s'adoucit et plus la densité des rayons lumineux incidents est uniforme. Il est à noter que la surface n'est pas entièrement visible à partir du point focal. Une plus grande valeur du paramètre  $n$  offre une visibilité plus grande de la surface et donne un angle de vue effectif plus grand.

La figure 3.33 montre un graphe de la résolution d'un tel système pour différentes valeurs du paramètre  $n$ . L'axe des abscisses correspond au paramètre  $t$  de la paramétrisation de la surface du miroir (à  $t = 1$ , on est à l'intersection de la courbe du miroir et l'axe optique). L'axe des ordonnées représente la résolution exprimée par l'équation 3.2. Le domaine pertinent à considérer est  $0 < t < 0.8$ . Pour des valeurs supérieures à  $t = 0.8$ , on est proche d'une singularité dans l'expression de la résolution ce qui explique "l'explosion" des courbes. Ce qu'il faut retenir ici, c'est que la résolution du système s'accroît

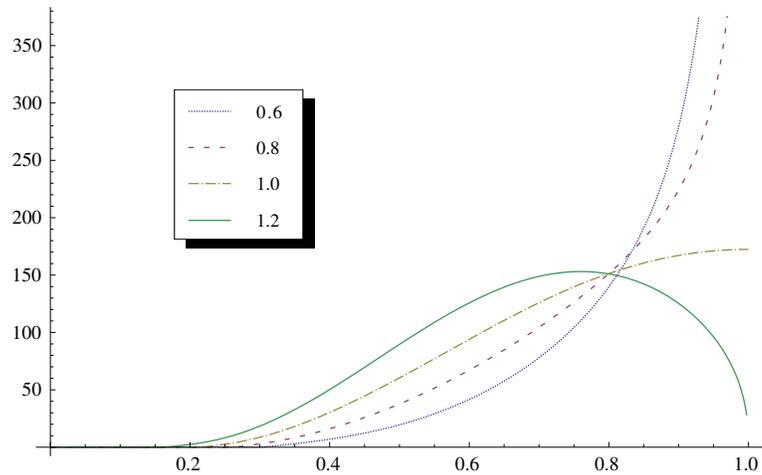


FIG. 3.33 – Graphe de la résolution d'un système catadioptrique avec un miroir super-elliptique pour différentes valeurs du paramètre  $n$ .

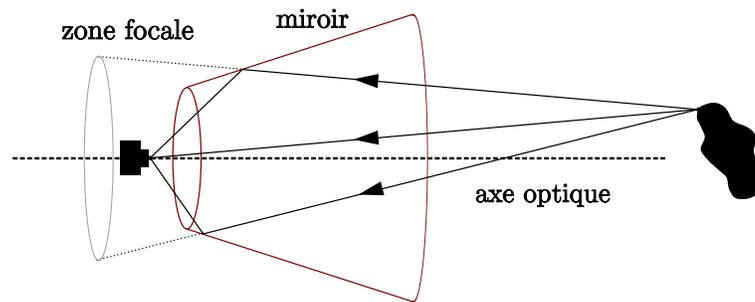


FIG. 3.34 – Schéma d'un système catadioptrique avec un miroir en cône.

avec la valeur du paramètre  $n$ .

### 3.4.7 Miroir conique

Kuthirummal et Nayar [KN06] proposent un système catadioptrique avec un miroir conique, qu'ils nomment système d'imagerie radiale. Ils démontrent que ce système est idéal pour la capture des propriétés de petits objets. Notamment, ils utilisent ce système pour la reconstruction de textures 3D, pour l'estimation de BRDFs, pour la reconstruction de visages ainsi que pour l'acquisition de cartes de texture. Cette méthode a l'avantage d'être simple et peu coûteuse. En contrepartie, la précision des reconstructions d'objets et des estimations de BRDFs reste limitée.

Le système consiste en une caméra placée devant une section de cône telle que l'axe optique coïncide avec l'axe de symétrie du cône (figure 3.34). L'image captée est

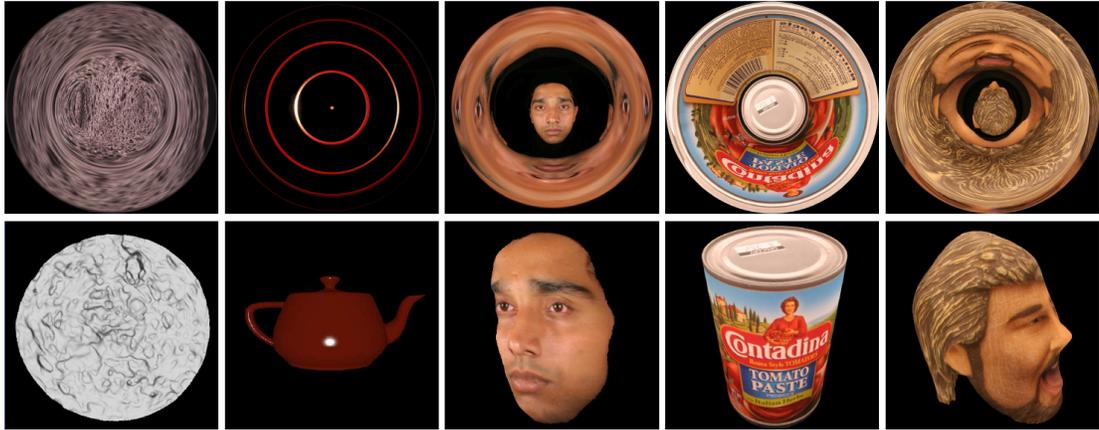


FIG. 3.35 – Résultats obtenus de [KN06].

segmentée en plusieurs zones. Au centre de l'image, le système capte une vue régulière de l'objet d'acquisition, mais avec un angle de vue restreint correspondant à la portion de la scène non obstruée par le miroir. Autour de cette zone, le système capte les rayons lumineux réfléchis par le miroir. Ces rayons lumineux réfléchis possèdent une zone focale virtuelle en forme d'anneau. Dépendamment de l'inclinaison de la paroi, il peut y avoir des interrélaxions sur la paroi du cône. Ces interrélaxions possèdent elles aussi des zones focales virtuelles en forme d'anneau. Chaque zone focale virtuelle produit une image en forme de disque troué sur l'image de capture.

Ainsi, avec une seule photo, le système capte une image à points de vue multiples. Connaissant la géométrie exacte du système d'imagerie radiale, il est possible d'utiliser des algorithmes de stéréoscopie pour retrouver l'information de profondeur de la scène.

### 3.4.8 Miroir et lentille

Unger et Gustavson [UG07] présentent un système de capture de cartes d'environnement complètes ( $360^\circ$ ) en une seule prise. Le système est constitué d'une surface de révolution miroir et d'une lentille concave centrée sur l'axe optique à l'intérieur du miroir, comme le montre la figure 3.36 (côté gauche). Une ouverture sur le dessus du miroir permet de laisser passer les rayons lumineux focalisés par la lentille située à l'intérieur de la surface miroir. Le système est donc un système hybride entre un système catadioptrique et une caméra lentille.

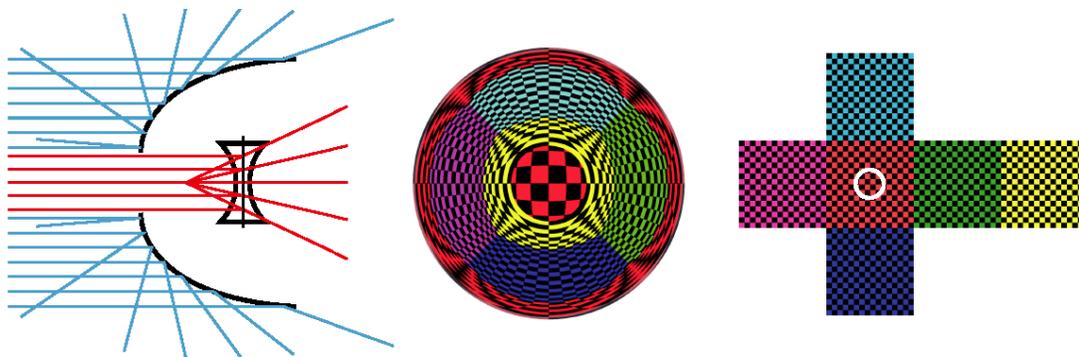


FIG. 3.36 – Système de capture avec miroir et lentille. Image tirée de [UG07].

La courbe de révolution est donnée par :

$$\frac{dz}{dr} = \tan\left(\frac{\pi r}{2}\right) \implies z = -\frac{2}{\pi} \ln\left(\cos\frac{\pi r}{2}\right) \quad 0 < r < 1.$$

La capture se fait à partir d'une caméra orthographique. Les rayons lumineux incidents et réfléchis parallèlement à l'axe optique possèdent, selon Unger et Gustavson, une bonne distribution. La surface de révolution miroir permet la capture d'un angle de vue de  $330^\circ$ . Pour capter la section de l'environnement se trouvant derrière le miroir, ils utilisent une lentille parabolique concave. Les rayons lumineux incidents à la lentille sont réfractés parallèlement vers la caméra. La figure 3.36 (centre) montre une capture prise par le système d'un environnement cubique tapissé d'un quadriller (côté droit).

D'un point de vue théorique, le système offre un bon moyen pour acquérir des cartes d'environnement  $360^\circ$ . La densité des rayons lumineux incidents possède une discontinuité abrupte entre la densité des rayons incidents sur la surface et sur la lentille. La figure 3.36 (centre) montre clairement cette discontinuité. Le quadriller se trouvant au centre n'est presque pas distordu tandis que le quadriller sur le rebord est complètement distordu.

D'un point de vue pratique, la réalisation d'un tel système demande une calibration de grande précision ainsi qu'un téléobjectif "puissant".

# Chapitre 4

## Discussion et conclusion

### 4.1 Conclusion

On s'interroge sur la manière de représenter le visible dans un contexte d'infographie. Comme point de départ, on considère la fonction plénoptique 6D introduite par Adelson et Bergen [AB91]. La fonction plénoptique  $P(x, y, z, \theta, \phi, t)$  représente la radiance d'un rayon lumineux passant par un point  $(x, y, z)$  de l'espace avec une direction  $(\theta, \phi)$  à un temps  $t$ . On propose d'aborder la fonction plénoptique en utilisant le concept d'espace de lignes. Ainsi, on modélise un ensemble de rayons lumineux par un ensemble de droites paramétriques.

En ajoutant des contraintes à la fonction plénoptique, il est possible de réduire sa dimensionnalité et de la rendre plus malléable d'un point de vue informatique. Comme première contrainte, on se limite à l'étude de la fonction plénoptique statique dans le temps. D'un point de vue informatique, on représente la fonction plénoptique comme un ensemble d'images en coordonnées polaires focalisées à différentes positions  $(x, y, z)$  de l'espace. La qualité de la représentation dépend donc de la résolution d'échantillonnage.

#### 4.1.1 Champ de lumière

Pour simplifier davantage la fonction plénoptique, on restreint l'échantillonnage des points focaux à une surface paramétrique à deux dimensions. On obtient une fonction de la forme  $LF(u, v, \theta, \phi, t)$  qui porte le nom de champ de lumière. Les travaux de Levoy et Hanrahan [LH96] proposent une paramétrisation  $stuv$  consistant à contraindre le domaine des points focaux à un plan paramétré par les variables  $s$  et  $t$ , et à contraindre

le plan image à un plan parallèle, paramétré par les variables  $u$  et  $v$ . Un champ de lumière reste un objet assez lourd en terme d'espace mémoire. Des méthodes de compression et d'indexation sont indispensables pour la manipulation en temps interactif, voire en temps réel.

On énumère différentes techniques de capture de champs de lumière. Les champs de lumière synthétiques sont faciles à produire. Le premier défi est de capturer des champs de lumière de scènes réelles. Les premiers dispositifs consistent en une grille de caméras captant simultanément différentes photos d'une scène. Ce genre de dispositif a l'inconvénient d'être très encombrant et donc difficile à utiliser. Ng *et al.* [NLB<sup>+</sup>05] développent un appareil photographique muni d'une grille de microlentilles permettant de capter un champ de lumière. Cette miniaturisation importante d'un capteur de champ de lumière rend plus facile l'acquisition de scènes variées, notamment des scènes extérieures. Levoy *et al.* [LNA<sup>+</sup>06] étendent l'utilisation de microlentilles à la microscopie pour obtenir des champs de lumière d'objets microscopiques.

Possédant des méthodes d'acquisition de champs de lumière efficaces, on présente différentes applications. La mise au point numérique étudiée par Ng [Ng05] consiste à modifier le champ de profondeur d'une image après la capture. Comme autre exemple d'applications, on présente des méthodes de transformation de champs de lumière développées par Chen *et al.* [COSL05]. Un champ de lumière d'un objet réel peut être segmenté en différentes régions correspondant à différentes parties de l'objet, et on peut alors lui appliquer une nouvelle pose. Cette technique a l'avantage de garder l'aspect photoréaliste du champ de lumière sans passer par une modélisation complexe de l'objet.

### 4.1.2 Carte d'environnement

Un champ de lumière reste tout de même un objet complexe vue sa dimensionnalité (4D). En reprenant la définition de la fonction plénoptique et en ajoutant une contrainte plus restrictive sur le domaine des points focaux, on passe à l'étude des cartes d'environnement.

Une carte d'environnement représente la radiance des rayons lumineux passant par un point focal. La manière la plus simple de représenter une carte d'environnement est d'enregistrer la radiance sous forme d'une image en coordonnées polaires. Cette paramétrisation est dite polaire ou longitude-latitude.

Dans le reste de ce mémoire, on présente une étude des systèmes de capture de cartes d'environnement. Un système catadioptrique capture la réflexion d'une scène sur une surface miroir. On s'est donné comme mission l'étude des systèmes catadioptriques pour différents types de miroir. On a montré que la résolution d'un tel système dépend des propriétés de la caméra et plus important, de la courbure du miroir.

Le premier système à l'étude est un système catadioptrique avec un miroir parabolique. Le miroir parabolique a la propriété de faire converger les rayons parallèles en un seul point, qui correspond au point focal de la carte d'environnement. Pour exploiter cette propriété, il faut utiliser une caméra orthographique peu pratique pour la manipulation du système dans un contexte réel. L'utilisation d'une caméra perspective pour la capture entraîne la dilatation du point focal en une surface de points focaux, nommée caustique. Son utilisation a pour effet de légèrement réduire le domaine de champ de vision.

Le deuxième système à l'étude est un système catadioptrique avec un miroir sphérique, largement utilisé pour produire des cartes de réflectance. La résolution du système a un grand décalage entre les pixels du centre du miroir et sur le périmètre du miroir.

Comme dernière forme quadratique, on examine les propriétés d'un système catadioptrique avec un miroir elliptique. Une particularité de l'ellipse est son double foyer. En plaçant une caméra perspective à l'un des foyers, on obtient une carte d'environnement dont le point focal correspond à l'autre foyer de l'ellipse. Cette méthode ne permet que d'obtenir une carte d'environnement hémisphérique. Un des résultats intéressants est que la résolution du système catadioptrique avec miroir elliptique a le même comportement que le système catadioptrique avec une caméra orthographique et un miroir parabolique.

En utilisant une généralisation de l'ellipse, soit la superellipse, on analyse le comportement de la résolution en fonction du paramètre de la courbure de la surface. La superellipse a l'avantage de posséder peu de paramètres et de prendre des configurations de formes variées. La superellipse permet donc de varier de façon continue la résolution du système. L'utilisation de miroirs superelliptiques dans un système de capture de cartes d'environnement est une des contributions importantes de ce mémoire.

Pour finir, on expose les travaux de Kuthirummal et Nayar [KN06] et de Unger et Gustavson [UG07]. Kuthirummal et Nayar [KN06] ont développé un système catadiop-

trique radial utilisant l'intérieur d'une section d'un cône miroir pour capter les réflexions et les inter-réflexions des rayons lumineux d'une scène. Ce système est dit radial car les rayons réfléchis convergent en une série d'anneaux autour de l'axe optique. La non unicité des points de convergence permet, grâce à des algorithmes de stéréovision, de retrouver l'information tridimensionnelle de l'objet de capture.

Unger et Gustavson [UG07] proposent un système catadioptrique avec un miroir de révolution de forme logarithmique. La particularité de leur système est l'ajout d'une ouverture dans le miroir pour laisser passer les rayons lumineux se trouvant derrière le miroir à l'aide d'une lentille concave.

## 4.2 Discussion

L'étude de la lumière en terme d'espace de lignes permet de traiter les champs de lumière ainsi que les cartes d'environnement avec un même formalisme. En effet, un champ de lumière n'est qu'une série de cartes d'environnement pour différents points focaux. La capture de cartes d'environnement est donc un aspect important pour la création d'un champ de lumière. En plus de l'échantillonnage des points focaux, il est essentiel d'avoir une bonne résolution directionnelle des rayons lumineux. On a abordé dans ce mémoire différents types de systèmes de capture de cartes d'environnement. Chaque système a ses caractéristiques propres. Il faut donc choisir judicieusement quel type de système utiliser selon la disposition de la scène que l'on souhaite capter. En comparant les différentes combinaisons caméra-miroir, on note des comportements différents de la densité des rayons lumineux incidents. On a vu deux types de système catadioptrique à point de vue unique, soient le système caméra orthographique avec miroir parabolique et le système caméra perspectif avec miroir elliptique. On a noté que la résolution des deux systèmes est similaire. Pour des considérations pratiques, l'utilisation d'une caméra perspective offre un avantage par rapport à l'utilisation d'une caméra munie d'un téléobjectif encombrant. La comparaison des systèmes utilisant une caméra perspective et un miroir de forme parabolique, sphérique et superelliptique, montre que la superellipse permet d'obtenir des résolutions comparables aux deux autres systèmes en variant le paramètre de courbure  $n$ . Ceux-ci sont par contre des systèmes à points de vue multiples. En général, la transformation des coordonnées longitude-latitude en coordonnées propres au système est plus complexe pour des systèmes à points de vue

multiples.

### 4.3 Travaux futurs

Après avoir étudié différents systèmes de capture basés sur la réflexion de miroirs courbes, une des limitations commune est la rigidité de la forme du miroir. Il faut manifacter les miroirs pour chaque valeur de paramètre. Nayar *et al.* [NBB06] proposent d'utiliser une grille de petits miroirs avec un contrôle sur l'inclinaison des miroirs. Une extension supplémentaire intéressante serait d'utiliser une surface flexible tapissée de ces petits miroirs contrôlables. Un tel système serait alors en mesure de reproduire les différentes configurations de miroirs mentionnées dans ce mémoire, et bien plus encore.

On a décrit la résolution d'un système catadioptrique en terme de densité de rayons lumineux incidents au capteur. Une contribution future serait d'offrir une analyse du gradient de densité des rayons lumineux pour différents types de capteurs. La connaissance du gradient de densité permettrait d'établir de meilleures stratégies de filtrage des images de capture pour la transformation en coordonnées sphériques. Puisque la résolution des systèmes de capture est variable, il est possible de développer des méthodes de compressions adaptatives pour encoder les images de capture.

Un aspect important qui n'a pas été abordé est la projection des rayons de lumière. On a décrit comment il était possible de capturer un environnement avec un jeu de miroirs et de lentilles. Inversement, il est possible de projeter une image sur un environnement. Une contribution future serait d'étudier le comportement de systèmes de projection utilisant des miroirs. Selon la forme du miroir, il serait possible de contrôler la distribution de rayons lumineux selon la nature de la surface de projection.

## Chapitre 5

# Glossaire

**bokeh** désigne en photographie le flou dû au système de lentille d'un appareil de photographie.

**carte d'environnement** (traduction de l'anglais de "*environment map*") une image représentant la radiance d'une scène étant donné un point de vue.

**caustique** désigne en optique l'enveloppe des rayons lumineux subissant une réflexion ou une réfraction sur une surface ou une courbe.

**champ de lumière** (traduction de l'anglais de "*light field*") fonction décrivant l'intensité de la lumière se propageant dans toutes les directions passant par tous les points d'un espace.

**irradiance** désigne en radiométrie la puissance de la lumière incidente à une surface.

**miroir superelliptique** miroir en forme de superellipse.

**radiance** désigne en radiométrie la quantité de lumière qui passe ou est émise par un élément d'aire étant donné un angle solide dans une direction particulière.

**rendu à base d'images** (traduction de l'anglais "*image-based rendering*") désigne la famille des méthodes de rendu utilisant des images comme source d'information.

**système catadioptrique** système optique utilisant la réflexion d'un miroir.

# Bibliographie

- [AB91] Adelson, E. H., et Bergen, J. R. « The Plenoptic Function and the Elements of Early Vision ». *Computational Models of Visual Processing*, pages 3–20, 1991.
- [AL07] Adams, A., et Levoy, M. « General Linear Cameras with Finite Aperture ». *Eurographics Symposium on Rendering*, pages 121–126, 2007.
- [Bar81] Bar, A. « Superquadrics and Angle-Preserving Transformations ». *IEEE Computer Graphics and Applications*, volume 1, numéro 1, pages 11–23, janvier 1981.
- [BN76] Blinn, J. F., et Newell, M. E. « Texture and reflection in computer generated images ». *Communications of the ACM*, volume 19, numéro 10, pages 542–547, 1976.
- [BN99] Baker, S., et Nayar, S. K. « A Theory of Single-Viewpoint Catadioptric Image Formation ». *International Journal of Computer Vision*, volume 35, numéro 2, pages 175–196, 1999.
- [CDSV03] Chebira, A., Dragotti, P., Sbaiz, L., et Vetterli, M. « Sampling and interpolation of the plenoptic function ». *ICIP Image Processing*, volume 2, pages 17–20, 2003.
- [Che95] Chen, S. E. « QuickTime VR An Image-Based Approach to Virtual Environment Navigation ». Dans *SIGGRAPH '95 : Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, volume 29, pages 29–38, 1995.
- [COSL05] Chen, B., Ofek, E., Shum, H.-Y., et Levoy, M. « Interactive deformation of light fields ». Dans *SI3D '05 : Proceedings of the 2005 symposium on*

- Interactive 3D graphics and games*, pages 139–146, New York, NY, USA, 2005. ACM Press.
- [DC] Dang, C., et Chan, N. Website. [http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Cinema\\_lanterne.png](http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Cinema_lanterne.png).
- [Deb] Debevec, P. « The Story of Reflection Mapping ». Website. <http://www.debevec.org/ReflectionMapping>.
- [GCRZ03] Girod, B., Chang, C.-L., Ramanathan, P., et Zhu, X. « Light field compression using disparity-compensated lifting ». Dans *ICME '03 : Proceedings of the 2003 International Conference on Multimedia and Expo - Volume 2 (ICME '03)*, pages 373–376, Washington, DC, USA, 2003. IEEE Computer Society.
- [GGSC96] Gortler, S. J., Grzeszczuk, R., Szeliski, R., et Cohen, M. F. « The lumigraph ». Dans *SIGGRAPH '96 : Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 43–54, New York, NY, USA, 1996. ACM Press.
- [GH86] Greene, N., et Heckbert, P. « Creating Raster Omnimax Images from Multiple Perspective Views Using the Elliptical Weighted Average Filter ». volume 6, pages 21–27. IEEE Computer Graphics and Applications, 1986.
- [Gre86] Greene, N. « Environment mapping and other applications of world projections ». *IEEE Computer Graphics Applications*, volume 6, numéro 11, pages 21–29, 1986.
- [HS98] Heidrich, W., et Seidel, H.-P. « View-independent environment maps ». Dans *HWWS '98 : Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS workshop on Graphics hardware*, pages 39–45, New York, NY, USA, 1998. ACM Press.
- [JLS00] Jaklic, A., Leonardis, A., et Solina, F. *Segmentation and Recovery of Superquadrics*, volume 20 de *Computational imaging and vision*. Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [Kin] Kindlmann, G. Website. <http://teem.sourceforge.net/>.
- [KN06] Kuthirummal, S., et Nayar, S. K. « Multiview Radial Catadioptric Imaging for Scene Capture ». *ACM Transactions on Graphics (also Proceeding of ACM SIGGRAPH)*, volume 25, numéro 3, pages 916–923, juillet 2006.

- [LH96] Levoy, M., et Hanrahan, P. « Light Field Rendering ». Dans *SIGGRAPH '96 : Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 31–42, New York, NY, USA, 1996. ACM Press.
- [LNA<sup>+</sup>06] Levoy, M., Ng, R., Adams, A., Footer, M., et Horowitz, M. « Light Field Microscopy ». *ACM Transactions on Graphics (also Proceedings of ACM SIGGRAPH)*, volume 25, numéro 3, pages 924–934, 2006.
- [NBB06] Nayar, S. K., Branzoi, V., et Boulton, T. E. « Programmable Imaging : Towards a Flexible Camera ». *International Journal on Computer Vision*, volume 70, numéro 1, pages 7–22, octobre 2006.
- [Ng05] Ng, R. « Fourier slice photography ». *ACM Transactions on Graphics (also Proceedings of ACM SIGGRAPH)*, volume 24, numéro 3, pages 735–744, juillet 2005.
- [NLB<sup>+</sup>05] Ng, R., Levoy, M., Brédif, M., Duval, G., Horowitz, M., et Hanrahan, P. « Light Field Photography with a Hand-held Plenoptic Camera ». Rapport technique 2005-02, Stanford University, avril 2005.
- [PH04] Pharr, M., et Humphreys, G. *Physically Based Rendering*. Computational imaging and vision. Morgan Kaufman, 2004. <http://www.pbrt.org>.
- [SGN06] Swaminathan, R., Grossberg, M. D., et Nayar, S. K. « Non-Single Viewpoint Catadioptric Cameras : Geometry and Analysis ». *International Journal of Computer Vision*, volume 66, numéro 3, pages 211–229, mars 2006.
- [SK00] Shum, H.-Y., et Kang, S. B. « A Review of Image-based Rendering Techniques ». *EEE/SPIE Visual Communications and Image Processing*, volume 4067, pages 2–13, juin 2000.
- [UG07] Unger, J., et Gustavson, S. « An Optical System for Single-Image Environment Maps ». Dans *ACM SIGGRAPH '07 Posters*, page 185, 2007.
- [YM04] Yu, J., et McMillan, L. « General Linear Cameras ». *European Conference on Computer Vision*, volume 2, pages 14–27, 2004.